БИНАРНЫЕ СООТВЕТСТВИЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ

Гутман А. Е.[1], Кононенко Л. И.[2]

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,
Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия;
[1]gutman@math.nsc.ru, [2]larak@math.nsc.ru

С формальной точки зрения *задача* — это бинарное соответствие $P=(A,B,C)$, где $C\subseteq A\times B$. Множества A, B и C трактуются как *область данных*, *область искомых* и *условие задачи* P. Включение $(a,b)\in C$ записывается в виде $P(a,b)$ и означает, что искомое $b\in B$ является *решением задачи* P для данного $a\in A$. Такой подход обеспечивает простую и адекватную формализацию основных компонентов задач, их свойств и конструкций (см. [1, 2]). В частности, возникают естественные понятия *обратной задачи* $(A,B,C)^{-1}=(B,A,C^{-1})$ и *композиции задач* $(A',B',C')\circ(A,B,C)=(A,B',C'\circ C)$, где

$$C^{-1}=\bigl\{(y,x):(x,y)\in C\bigr\},\quad C'\circ C=\bigl\{(x,z):(\exists\, y)\bigl((x,y)\in C,\ (y,z)\in C'\bigr)\bigr\}.$$

В качестве примера рассмотрим обратную задачу к сингулярно возмущенной системе обыкновенных дифференциальных уравнений, моделирующих процесс химической кинетики и горения (см. [3, 4]). Пусть P — задача с областью данных $C(\mathbb{R}^4)\times C(\mathbb{R}^4)\times\mathbb{R}$, областью искомых $C^1(\mathbb{R})\times C^1(\mathbb{R})$ и условием

$$P\bigl((f,g,\varepsilon),(x,y)\bigr)\ \Leftrightarrow\ \begin{cases}\ \ \dot x(t)=f\bigl(x(t),y(t),t,\varepsilon\bigr), & t\in\mathbb{R},\\ \varepsilon\,\dot y(t)=g\bigl(x(t),y(t),t,\varepsilon\bigr), & t\in\mathbb{R},\end{cases}$$

где $f,g\in C(\mathbb{R}^4)$, $\varepsilon\in\mathbb{R}$, $x,y\in C^1(\mathbb{R})$. Обратная задача P^{-1}, имеющая пары функций $(x,y)\in C^1(\mathbb{R})^2$ в качестве данных, очень проста и не соответствует практике. В роли данных более адекватны не сами функции, а конечные наборы их значений или значений их производных. Соответствующая корректировка реализуется композицией $P^{-1}\circ Q$ задачи P^{-1} и вспомогательной задачи Q с областью данных $\mathbb{R}^k\times\mathbb{R}^k\times\mathbb{R}^k$, областью искомых $C^1(\mathbb{R})\times C^1(\mathbb{R})$ и условием

$$Q\bigl((\tau,\alpha,\beta),(x,y)\bigr)\ \Leftrightarrow\ \begin{cases}x(\tau_1)=\alpha_1,\ \ x(\tau_2)=\alpha_2,\ \ \ldots,\ \ x(\tau_k)=\alpha_k,\\ \dot x(\tau_1)=\beta_1,\ \ \dot x(\tau_2)=\beta_2,\ \ \ldots,\ \ \dot x(\tau_k)=\beta_k,\end{cases}$$

где $\tau,\alpha,\beta\in\mathbb{R}^k$, $x,y\in C^1(\mathbb{R})$. Мы приводим формулы решения скорректированной обратной задачи $P^{-1}\circ Q$ и указываем условия ее однозначной разрешимости для случая, когда $\varepsilon=0$, а функция $f(x,y,t,\varepsilon)$ является многочленом от x и y.

Работа выполнена при поддержке программы фундаментальных научных исследований СО РАН № I.1.2 (проекты № 0314-2016-0005 и № 0314-2016-0007), а также при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-01-00057).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гутман А. Е., Кононенко Л. И.* Формализация обратных задач и ее приложения // Сиб. журн. чист. и прикл. матем. 2017. Т. 17, № 4. С. 49–56.
2. *Гутман А. Е., Кононенко Л. И.* Обратная задача химической кинетики как композиция бинарных соответствий // Сиб. электрон. мат. изв. 2018. Т. 15. С. 48–53.
3. *Кононенко Л. И.* Качественный анализ сингулярно возмущенных систем с одной или двумя медленными и быстрыми переменными // Сиб. журн. индустр. математики. 2002. Т. 5, № 4. С. 55–62.
4. *Кононенко Л. И.* Релаксации в сингулярно возмущенных системах на плоскости // Вестн. НГУ. Серия: математика, механика, информатика. 2009. Т. 9, № 4. С. 45–50.