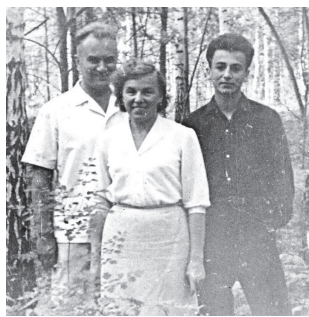


## СЕМЁН САМСОНОВИЧ КУТАТЕЛАДЗЕ

(02.10.1945 – 15.01.2025)

15 января 2025 г. ушел из жизни Семён Самсонович Кутателадзе — российский и советский математик, доктор физико-математических наук, профессор, Заслуженный ветеран Сибирского отделения Академии наук СССР, главный научный сотрудник лаборатории функционального анализа Института математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук.

С. С. Кутателадзе родился в г. Ленинграде в семье выдающегося советского ученого-теплофизика Самсона Семёновича Кутателадзе. В 1962 г. вместе с отцом он переехал в Новосибирский академгородок, где окончил школу.



В 1968 г. он с отличием окончил механико-математический факультет Новосибирского государственного университета; в 1970 г. защитил кандидатскую диссертацию «Смежные вопросы геометрии и математического программирования» и в 1978 г. — докторскую диссертацию «Линейные задачи выпуклого анализа». С 1968 г. до конца жизни работал в Институте математики Сибирского отделения Академии наук СССР (Российской академии наук); с 1987 по 2006 г. заведовал лабораторией функционального анализа, которой до него руководил С. Л. Соболев.

С. С. Кутателадзе был заместителем главного редактора «Сибирского математического журнала», «Сибирского журнала промышленной математики», журнала «Siberian Advances in Mathematics», а также членом редколлегии Трудов Института математики им. С. Л. Соболева и редколлегии других известных изданий, среди которых «Математические заметки», «Владикавказский математический журнал», международный журнал «Positivity», японский журнал «Scientiae Mathematicae Japonicae». Был членом Американского и Европейского математических обществ, ряда международных рабочих групп по математике. Среди его публикаций более 400 научных работ, более 20 монографий и учебных пособий.



С. С. Кутателадзе называл математику логикой естествознания, единой наукой об особых доказательных формах мышления, как количественных, так и качественных. В этом смысле основная научная специальность Семёна Самсоновича — функциональный анализ — особенно ярко и точно отражает миссию математики в целом. Именно функциональный анализ, возникнув на стыке геометрии, алгебры и классических исчислений, стал естественным языком многих традиционных разделов непрерывной математики и приближенных методов исследования. И именно функ-

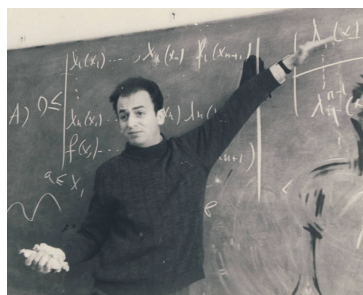
циональный анализ необыкновенно быстро впитал в себя принципиально новые технологии теоретической физики и наук социальной сферы, прежде всего, экономики и управления. С. С. Кутателадзе был глубоко убежден в том, что тезис

о единстве функционального анализа и прикладной математики был, есть и должен оставаться фирменным знаком отечественной математической школы.

Семён Самсонович продолжал и развивал синтетические подходы к задачам анализа и геометрии, характерные для ленинградской-петербургской математической школы. Образцы для себя С. С. Кутателадзе черпал из творчества А. Д. Александрова, Л. В. Канторовича, Ю. Г. Решетняка и С. Л. Соболева, с которыми он был близок и тесно сотрудничал многие годы. Л. В. Канторович называл С. С. Кутателадзе своим учеником.



Наибольший интерес для С. С. Кутателадзе представляли пограничные разделы составляющих функционального анализа и математической логики. Его привлекала модернизация теоретических методов социализации задач на основе современных идей теории моделей. Функциональный анализ, нестандартные методы анализа и приложения к геометрии и оптимизации, однажды появившись в сфере интересов Семёна Самсоновича, больше ее не покидали и оставались главными направлениями его исследований. Его основные результаты относятся к проблемам функционального анализа в векторных решетках, к задачам изопериметрического типа в теории выпуклых поверхностей, к теории операторов, негладкому анализу и оптимизации. Ему принадлежат яркие достижения в этих областях.



Первые научные результаты С. С. Кутателадзе связаны с теорией двойственности в выпуклом анализе. С помощью идей линейного программирования, выдвинутых Л. В. Канторовичем, С. С. Кутателадзе смог выделить классы экстремальных задач оптимального размещения фигур, которые никаким классическим методам не поддавались в принципе. Он предложил решать их так, как это делается в программировании, — переходом к двойственной задаче,

которая оказалась разрешимой с помощью техники смешанных объемов и развития идей двойственности Г. Минковского. С. С. Кутателадзе нашел описания новых классов неравенств над выпуклыми поверхностями и, применив технику поверхностных мер А. Д. Александрова, сумел свести к линейным программам задачи изопериметрического типа с произвольным числом ограничений, к которым неприменимы приемы симметризации. Фактически им был предъявлен обширный класс геометрических вариационных задач, решения которых можно выписать в явном виде за счет превращения их в выпуклые программы в подходящих функциональных пространствах. Эти исследования легли в основу монографии [1], см. также обзор [2]. Предложенная С. С. Кутателадзе концепция  $H$ -выпуклости считается основополагающей в многочисленных исследованиях по обобщениям выпуклости и поиску схем глобальной оптимизации.

В рамках задачи об оптимальном размещении выпуклых фигур С. С. Кутателадзе достиг наиболее наглядного и значительного продвижения благодаря изучению внутренней задачи П. С. Урысона о максимизации объема фигуры внутри многогранника при заданном интеграле ширины. Выяснилось, что для

такой задачи решением будет мера Лебега с добавлением точечных нагрузок в нормализованных к граням данного многогранника. В 1994 г. А. В. Погорелов нашел форму «мыльного пузыря» в трехмерном тетраэдре — ей оказалась обкатка шаром упомянутого выше решения, найденного С. С. Кутателадзе.

Следующий цикл работ С. С. Кутателадзе относился к упорядоченным векторным пространствам и, в частности, к введенным Л. В. Канторовичем условно порядково полным векторным решеткам, называемым  $K$ -пространствами. Семён Самсонович всегда подчеркивал, что в этой области чрезвычайно важны проблемы, связанные с эвристическим принципом Канторовича, согласно которому элементы  $K$ -пространства выступают в роли обобщенных вещественных чисел. Так, многие ключевые теоремы функционального анализа, включая теорему Хана — Банаха, сохраняют справедливость, если заменить вещественные числа элементами произвольного  $K$ -пространства, а линейные функционалы — операторами со значениями в  $K$ -пространстве. (Объяснить природу эвристического принципа Канторовича удалось только через 50 лет после его формулировки с помощью методов нестандартного моделирования.) В мировой литературе был проявлен большой интерес к вопросу о том, к каким именно алгебраическим системам применим принцип Канторовича в полном объеме. С. С. Кутателадзе удалось дать окончательный вариант ответа — описать абстрактные модули над кольцами, в которых действуют механизмы, эквивалентные теореме Хана — Банаха (см. [3]). Ими оказались  $K$ -пространства, рассматриваемые как модули над некоторыми «обширными» алгебрами своих ортоморфизмов. Это достижение С. С. Кутателадзе имело резонанс, в частности, для теоретических основ математической экономики, где идеи Канторовича нашли свое место и дали полезные плоды. (Много позже с помощью булевозначных моделей С. С. Кутателадзе объяснил, что найденные общие модули по сути являются подполями поля вещественных чисел в подходящей нестандартной модели теории множеств.) Один из частных результатов этого же цикла работ С. С. Кутателадзе — теорема о характеристике решетчатых гомоморфизмов — привлек внимание специалистов — его стали передоказывать и включать в книги по векторным решеткам как «теорему Кутателадзе». Стоит также отметить, что в работах С. С. Кутателадзе нашла свое завершенное решение проблема аппроксимации положительного оператора простейшими осколками (компонентами), породившая серию теорем вида «вверх-вниз».



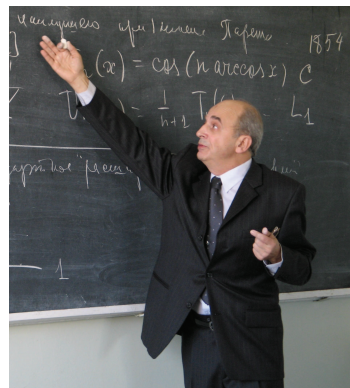
С. С. Кутателадзе предложил неожиданные обобщения теоремы Крейна — Мильмана на некомпактные множества, и многие его работы посвящены развитию методов границ Шоке в векторных решетках. Классическая задача Шоке об описании максимальных относительно некоторого упорядочения функционалов была расширена до ее естественных пределов, позволяющих изучать строение макси-

мальных операторов. Само понятие границы Шоке было рассмотрено как компонента пробного пространства Канторовича, внешнего по отношению к исходному упорядоченному векторному пространству. Полученные результаты дали

новую информацию даже в случае пространств непрерывных функций.

В рамках теории упорядоченных векторных пространств С. С. Кутателадзе смог существенно продвинуться в изучении приложений теории Шоке к некоторым проблемам современной теории потенциала: изучить связь задачи Дирихле с бесконечномерными геометрическими симплексами Бауэра и описать новые объекты — супремальные генераторы пространств функций, полезные при исследовании сходимости аппроксимаций положительными операторами. Эти результаты вошли в монографию [4] и обзорную статью [5]. Разработанная С. С. Кутателадзе концепция супремального генерирования основана на вычислительной простоте нахождения максимума двух чисел. Эти идеи оказались близки к идемпотентному анализу, возникшему позже в работах В. П. Маслова и его учеников.

Большой цикл работ С. С. Кутателадзе относится к одному из основных разделов прикладного нелинейного анализа — выпуклому анализу и, в частности, субдифференциальному исчислению, предметом которого является исследование локального поведения выпуклых функций в их точках излома без ограничений на размерность объемлющего пространства. Здесь Семёну Самсоновичу удалось найти наиболее общие и полные правила субдифференцирования в виде явных формул для пересчета значений и решений самых общих выпуклых экстремальных задач при заменах переменных, сохраняющих выпуклость. Ключевым результатом здесь стал принципиально новый прием представления произвольного выпуклого оператора в виде результата аффинной подстановки в конкретный сублинейный оператор, который в литературе стал именоваться «каноническим оператором Кутателадзе» [6, 7]. На основе указанных правил был установлен принцип Лагранжа для нового класса задач векторной оптимизации и предложена теория выпуклого  $\varepsilon$ -программирования. Эти результаты вошли в монографию [8] и обзоры [2, 9], вызвали большой резонанс и неоднократно передоказывались за рубежом со ссылками на отечественный приоритет и употреблением термина «Kutateladze's approximate solutions». Много позже С. С. Кутателадзе разработал значительно более простые технические приемы, основанные на использовании инфинитезимального анализа: он предложил мыслить невязку как актуально бесконечно малую величину, что было невозможно в рамках стандартных теоретико-множественных представлений.



Для исследовательского стиля С. С. Кутателадзе характерен поиск пограничных математических технологий. Он справедливо полагал, что именно в таких научных областях математика обретает новые возможности, открывающие значительные перспективы для осмысления и решения разнообразных теоретических и практических задач. И именно в такой области математики нашел объяснение упомянутый выше эвристический принцип Канторовича. В Новосибирском научном центре со времен А. И. Мальцева ведутся первоклассные исследования в области алгебры и логики. Неудивительно поэтому, что



С. С. Кутателадзе увлекла задача развития методов функционального анализа на основе современной логической техники нестандартных моделей теории множеств. Нестандартные модели раскрыли особое значение универсально полных пространств Канторовича: совершенно неожиданно оказалось, что каждое из них представляет собой поле вещественных чисел в подходящей булевозначной модели теории множеств. Эта теорема Гордона ознаменовала собой рождение булевозначного анализа, в рамках которого С. С. Кутателадзе предложил оригинальные идеи и методы, нашел новые сферы приложений и опубликовал вместе с учениками, коллегами и последователями целую серию монографий [8, 10–14] и обзоров [15–21]. В 2005 г. в издательстве «Наука» издана итоговая монография [22] в этой новой области математики; в 2014 г. вышло ее продолжение [23], посвященное порядково ограниченному оператором в векторных и банаховых решетках.

Перечислим некоторые результаты С. С. Кутателадзе, получившие международное признание и резонанс. Было дано полное описание модулей над решеточно упорядоченными кольцами, в которых сохраняются теоремы типа Хана — Банаха (иначе говоря, можно использовать теорию двойственности топологических векторных пространств или метод линейного программирования). Ими оказались пространства Канторовича, рассматриваемые над почти рациональными кольцами своих ортоморфизмов. Приведенный результат объясняет роль гипотезы «делимость продуктов» в математической экономике. Найденное описание нашло другие приложения в теоремах типа Крейна — Мильмана для некомпактных множеств операторов и в булевозначном анализе. С помощью подходящей адаптации и развития нестандартных методов анализа (техника спусков и подъемов, теория циклических монад, комбинирование нестандартных моделей) были решены разнообразные сложные задачи геометрического и прикладного функционального анализа: дана принципиально новая классификация односторонних приближений кларковского типа для произвольных множеств и установлены соответствующие правила подсчета инфинитезимальных касательных; предложен нестандартный подход к приближенному решению выпуклых программ, базирующийся на теории внутренних множеств Э. Нельсона, в форме теории инфинитезимального программирования; найдены новые общие формулы проектирования на главные компоненты в пространствах регулярных операторов, свободные от принятых в литературе условий на порядково сопряженное пространство и т. п. Из результатов последних лет можно отметить решение геометрических задач урысоновского типа с текущими гиперплоскостями в произвольных многомерных выпуклых областях и найденное парадоксальное описание порядково ограниченных операторов, ядра слоев которых служат подпространствами Гротендика.



Многолетняя педагогическая деятельность С. С. Кутателадзе была связана с кафедрой математического анализа механико-математического факультета Новосибирского государственного университета. Более четверти века он был бессменным лектором по функциональному анализу. С самого начала он

приступил к перестройке курса лекций. Чутко уловив серьезные качественные сдвиги, произошедшие в современном функциональном анализе, и сохранив лучшие традиции знаменитого «Канторовича — Акилова», он создал новый учебник по функциональному анализу [24], который вобрал в себя многолетний опыт преподавания в НГУ. Тщательный отбор современного материала и евклидова лапидарность стиля позволили этой книге опередить время и сохранять актуальность уже в течение более сорока лет. С. С. Кутателадзе постоянно руководил научной работой дипломников и аспирантов, консультировал докторантов.



Среди его формальных учеников около двух десятков кандидатов и докторов наук. Многие сотни студентов учили функциональный анализ по учебнику С. С. Кутателадзе. Многим читателям помогли его книги, популярные статьи и эссе о науке, ее творцах и проблемах.

Следует отметить усилия С. С. Кутателадзе по сохранению математической культуры в России с помощью программы математических переводов. При его активном участии было организовано издание на английском языке серии трудов Института математики и образована группа специалистов, обеспечивающих перевод «Сибирского математического журнала».

Пособие [25] по английской грамматике и технике научного перевода, написанное С. С. Кутателадзе для коллег, было востребовано учеными разных специальностей, выдержало ряд переизданий и много лет распространяется Европейским математическим обществом.

С. С. Кутателадзе всегда был энергичен, целеустремлен, полон нестандартных идей, увлекался сам и увлекал других, генерируя вокруг себя интеллектуальное поле большой притягательной силы. До последних дней он сохранял ясность ума и творческий потенциал, два последних обзора [21, 26] он отредактировал незадолго до кончины.

В лице Семёна Самсоновича Кутателадзе российская наука понесла невосполнимую утрату. Светлая память о нем как о ярчайшем представителе отечественной науки навсегда останется в сердцах его коллег, друзей и учеников.

*В. А. Александров, Е. И. Гордон, А. Е. Гутман, В. Н. Дятлов,  
А. Г. Кусраев, Г. Г. Магарил-Ильяев, В. М. Тихомиров*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С., Рубинов А. М. Двойственность Минковского и ее приложения. Новосибирск: Наука, 1976. 254 с.
2. Кутателадзе С. С. Выпуклые операторы // Успехи мат. наук. 1979. Т. 34, № 1. С. 167–196.
3. Кутателадзе С. С. Модули, допускающие выпуклый анализ // Доклады АН СССР. 1980. Т. 252, № 4. С. 789–791.
4. Акилов Г. П., Кутателадзе С. С. Упорядоченные векторные пространства. Новосибирск: Наука, 1978. 368 с.
5. Кутателадзе С. С. Границы Шоке в К-пространствах // Успехи мат. наук. 1975. Т. 30, № 4. С. 107–146.
6. Рубинов А. М. Сублинейные операторы и их приложения // Успехи мат. наук. 1977. Т. 32, № 4. С. 113–174.

7. Тихомиров В. М. Выпуклый анализ // В кн.: Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Т. 14. М.: ВИНТИ, 1987. С. 5–101.
8. Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С. Субдифференциалы. Теория и приложения. Новосибирск: Наука, 1992. 270 с.
9. Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С. Локальный выпуклый анализ // В кн.: Современные проблемы математики. Т. 19. М.: ВИНТИ, 1982. С. 155–206.
10. Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С. Нестандартные методы анализа. Новосибирск: Наука, 1990. 223 с.; Англ. перевод: *Nonstandard Methods of Analysis*. Dordrecht etc.: Kluwer Academic Publishers, 1994. 435 pp.
11. Бухвалов А. В., Коротков В. Б., Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С., Макаров Б. М. Векторные решетки и интегральные операторы. Новосибирск: Наука, 1992. 223 с.
12. Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С. Булевозначный анализ. Новосибирск: Институт математики им. С. Л. Соболева, 1999. 394 с.; Англ. перевод: *Boolean Valued Analysis*. Dordrecht etc.: Kluwer Academic Publishers, 1999. 342 с.
13. Гордон Е. И., Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С. Инфинитезимальный анализ. Новосибирск: Институт математики им. С. Л. Соболева, 2001. Часть 1. 328 с.; Часть 2. 255 с.; Англ. перевод: *Infinitesimal Analysis*. Dordrecht: Springer, 2010, 422 pp.
14. Гутман А. Е., Емельянов Э. Ю., Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С. Нестандартный анализ и векторные решетки. Новосибирск: Институт математики им. С. Л. Соболева, 1999, x+380 с.
15. Кутателадзе С. С. Установки нестандартного анализа // Труды Института математики СО АН СССР. 1989. Т. 14. С. 153–182.
16. Kutateladze S. S. Credenda of nonstandard analysis // *Siberian Advances in Mathematics*. 1991. V. 1, N 1. P. 109–137.
17. Kusraev A. G., Kutateladze S. S. Nonstandard methods for Kantorovich spaces // *Siberian Advances in Mathematics*. 1992. V. 2, N 2. P. 114–152.
18. Kusraev A. G., Kutateladze S. S. Boolean-valued introduction to the theory of vector lattices // In book: *Third Siberian School. Algebra and Analysis*. Providence: AMS, 1995. P. 103–128.
19. Kusraev A. G., Kutateladze S. S. Boolean valued analysis of Banach algebras // *Siberian Math. J.* 2023. V. 64, N 4. P. 1001–1034.
20. Kusraev A. G., Kutateladze S. S. Boolean valued analysis of Banach spaces // *Siberian Math. J.* 2024. V. 65, N 1. P. 190–233.
21. Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С. Вокруг теорем Штрассена // *Мат. сборник*. 2025. Т. 216, № 3. С. 128–155.
22. Кусраев А. Г., Кутателадзе С. С. Введение в булевозначный анализ. М.: Наука, 2005. 529 с.
23. Kusraev A. G., Kutateladze S. S. *Boolean Valued Analysis: Selected Topics*. Vladikavkaz: Southern Mathematical Institute, 2014. iv+400 pp.
24. Кутателадзе С. С. Основы функционального анализа. Новосибирск: Наука, 1983. 223 с.; Изд. 6: М.: URSS, 2023. 352 с., ISBN 978-5-9710-6793-1; Англ. перевод 2-го изд.: *Fundamentals of Functional Analysis*. Dordrecht etc.: Kluwer Academic Publishers, 1996. 284 pp.
25. Кутателадзе С. С. Russian → English in Writing. Советы эпизодическому переводчику. Новосибирск: Узус, 1993. 144 с.; Изд. 9: М.: URSS, 2023. 208 с.
26. Kusraev A. G., Kutateladze S. S. Prolegomena to Boolean valued analysis: Boolean toposes // *Siberian Math. J.* 2025. V. 66, N 1. P. 129–167.