

1. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2; на 5: +++

- 1.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение касательной к графику функции.
- 1.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение выпуклой комбинации точек векторного пространства.
- 1.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ теорему Ролля о среднем.
- 1.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ неравенство Юнга для набора чисел.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 1.5. ДОКАЖИТЕ, что $\sin x < x$ при $x > 0$.
- 1.6. ДОКАЖИТЕ, что

$$\ln(1+x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{k+1}}{k+1} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$$

для $x \in (-1, 1)$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 1.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ дифференциальный признак монотонного возрастания функции.
- 1.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ неравенство Минковского для набора чисел.
- 1.9. СФОРМУЛИРУЙТЕ формулу Тейлора с остаточным членом в форме Пеано для k раз дифференцируемой функции. ДОКАЖИТЕ, что если существует многочлен, аппроксимирующий функцию с нужным порядком, то он единствен.

2. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4: ++1/2; на 5: +++

- 2.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие локального максимума функции.
- 2.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие функции, k раз дифференцируемой в точке.
- 2.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ теорему о приращениях дифференцируемой функции.
- 2.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ дифференциальные признаки вогнутости функции.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 2.5. ДОКАЖИТЕ, что $|\sin x - \sin y| \leq |x - y|$ при $x, y \in \mathbb{R}$.
- 2.6. ДОКАЖИТЕ, что функция $\exp : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ имеет обратную $\ln$, и НАЙДИТЕ производную обратной функции.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 2.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ неравенство Йенсена для выпуклых функций.
- 2.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ правило дифференцирования обратной функции.
- 2.9. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $k + 1$ раз дифференцируемой функции.

3. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2; на 5: +++

3.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ правило дифференцирования обратной величины $\frac{1}{g}$ и отношения $\frac{f}{g}$ функций f, g .

3.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение выпуклой функции.

3.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ теорему о разложении Лейбница для дифференцируемой функции.

3.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ правила взятия k -й производной суммы и произведения функций.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

3.5. ДОКАЖИТЕ, что $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$ при $x > 0$.

3.6. ДОКАЖИТЕ, что функция $\operatorname{ctg} : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ имеет обратную $\operatorname{arccotg}$, и НАЙДИТЕ производную обратной функции.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

3.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ теорему Ролля о среднем.

3.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ неравенство Юнга для набора чисел.

3.9. ДОКАЖИТЕ, что если $f \in D^k(p)$, $f'(p) \neq 0$ и g — обратная к f , то $g \in D^k(f(p))$.

4. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2; на 5: +++

- 4.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение производной функции в точке.
- 4.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение выпуклой комбинации точек векторного пространства.
- 4.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ правило дифференцирования композиции функций.
- 4.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ неравенство Гёльдера для набора чисел.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 4.5. ДОКАЖИТЕ, что $|\arctg x - \arctg y| \leq |x - y|$ при $x, y \in \mathbb{R}$.
- 4.6. ДОКАЖИТЕ, что

$$\cos x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$$

для $x \in \mathbb{R}$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 4.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ лемму Ферма о необходимых условиях существования локального экстремума.
- 4.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ правило Лопиталья для нахождения пределов. ДОКАЖИТЕ, что если в условиях теоремы Лопиталья $f \rightarrow 0$, $g \rightarrow 0$ и $\frac{f'}{g'} \rightarrow 0$, то и $\frac{f}{g} \rightarrow 0$.
- 4.9. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ правила взятия k -й производной суммы и произведения функций.

5. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4: ++1/2; на 5: +++

5.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ правила дифференцирования суммы и произведения функций.

5.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение вогнутой функции.

5.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ дифференциальный признак монотонного возрастания функции.

5.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ формулу Тейлора с остаточным членом в форме Пеано для k раз дифференцируемой функции.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

5.5. ДОКАЖИТЕ, что функция $\cos : [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ имеет обратную $\arccos$, и НАЙДИТЕ производную обратной функции.

5.6. ДОКАЖИТЕ, что

$$\operatorname{arctg} x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$$

для $x \in (-1, 1)$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

5.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ достаточные признаки локального минимума функции.

5.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ неравенство Гёльдера для набора чисел.

5.9. ДОКАЖИТЕ, что композиция k раз дифференцируемых функций k раз дифференцируема.

6. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2; на 5: ++

- 6.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие локального минимума функции.
- 6.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие функции, k раз дифференцируемой в точке.
- 6.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ дифференциальные признаки выпуклости функции.
- 6.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ правило Лопиталья для нахождения пределов.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 6.5. ДОКАЖИТЕ, что $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$ при $x > 0$.
- 6.6. ДОКАЖИТЕ, что функция $\operatorname{sh} : [0, +\infty) \rightarrow [1, +\infty)$ имеет обратную arch , и НАЙДИТЕ производную обратной функции.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 6.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ правила дифференцирования обратной величины $\frac{1}{g}$ и отношения $\frac{f}{g}$ функций f и g .
- 6.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ барицентрический критерий выпуклости множества.
- 6.9. СФОРМУЛИРУЙТЕ формулу Тейлора с остаточным членом в форме Пеано для k раз дифференцируемой функции. ДОКАЖИТЕ, что если $g \in D^k(p)$ и $D^j g(p) = 0$, $j = 1, \dots, k$, то $g(x) = o(|x - p|^k)$.

7. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2; на 5: +++

- 7.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение касательной к графику функции.
- 7.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение вогнутой функции.
- 7.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ правило дифференцирования обратной функции.
- 7.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ достаточные признаки локального максимума функции.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 7.5. ДОКАЖИТЕ, что $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$ при $x > 0$.
- 7.6. ДОКАЖИТЕ, что функция $\operatorname{tg} : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$ имеет обратную arctg , и НАЙТИ производную обратной функции.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 7.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ дифференциальный признак монотонного убывания функции.
- 7.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ правило дифференцирования композиции функций.
- 7.9. СФОРМУЛИРУЙТЕ правило Лопиталя для нахождения пределов. Считая случай $\frac{f'}{g'} \rightarrow 0$ разобранным, ДОКАЖИТЕ, что если $\frac{f'}{g'} \rightarrow c \in \overline{\mathbb{R}}$, то и $\frac{f}{g} \rightarrow c$.

8. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2; на 5: +++

8.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ правило дифференцирования обратной величины $\frac{1}{g}$ и отношения $\frac{f}{g}$ функций f, g .

8.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие локального минимума функции.

8.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ дифференциальный признак монотонного убывания функции.

8.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ барицентрический критерий выпуклости множества.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

8.5. ДОКАЖИТЕ, что $\sin x > x - \frac{x^3}{6}$ при $x > 0$.

8.6. ДОКАЖИТЕ, что функция $\operatorname{sh} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ имеет обратную arsh , и НАЙТИ производную обратной функции.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

8.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ теорему Лагранжа о среднем.

8.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ дифференциальные признаки выпуклости функции.

8.9. ДОКАЖИТЕ, что если аддитивная функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ непрерывна, то $f(x) = ax$.

9. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4: ++1/2; на 5: ++

- 9.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение производной в точке.
- 9.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие функции, бесконечно дифференцируемой в точке.
- 9.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ лемму Ферма о необходимых условиях существования локального экстремума.
- 9.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ неравенство Минковского для набора чисел.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 9.5. ДОКАЖИТЕ, что функция $\sin : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$ имеет обратную $\arcsin$, и НАЙДИТЕ производную обратной функции.
- 9.6. ДОКАЖИТЕ, что

$$\ln(1+x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{k+1}}{k+1} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$$

для $x \in (-1, 1)$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 9.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ достаточные признаки локального максимума функции.
- 9.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ теорему о приращениях дифференцируемой функции.
- 9.9. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ правило Лопиталья для нахождения пределов. ДОКАЖИТЕ, что если в условиях теоремы Лопиталья $g \rightarrow +\infty$ и $\frac{f'}{g'} \rightarrow 0$, то и $\frac{f}{g} \rightarrow 0$.

10. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4: ++1/2; на 5: +++

10.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ правила дифференцирования суммы и произведения функций.

10.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение выпуклой функции.

10.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ теорему Лагранжа о среднем.

10.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ достаточные признаки локального минимума функции.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

10.5. ДОКАЖИТЕ, что функция $\text{th} : \mathbb{R} \rightarrow (-1, 1)$ имеет обратную arth , и НАЙДИТЕ производную обратной функции.

10.6. ДОКАЖИТЕ, что

$$\sin x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

для $x \in \mathbb{R}$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

10.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ лемму о степенной оценке приращения.

10.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ теорему о разложении Лейбница для дифференцируемой функции.

10.9. ДОКАЖИТЕ, что для каждого $a > 0$ существует единственная непрерывная функция $g_a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, удовлетворяющая условиям $g_a(1) = a$ и $g_a(x+y) = g_a(x) \cdot g_a(y)$.

11. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4: ++1/2; на 5: ++

- 11.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие локального максимума функции.
- 11.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие функции, бесконечно дифференцируемой в точке.
- 11.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ неравенство Йенсена для выпуклых функций.
- 11.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для $k + 1$ раз дифференцируемой функции.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 11.5. ДОКАЖИТЕ, что $\sin x > x - \frac{x^3}{6}$ при $x > 0$.
- 11.6. ДОКАЖИТЕ, что

$$\operatorname{arctg} x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$$

для $x \in (-1, 1)$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 11.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ правила дифференцирования суммы и произведения функций.
- 11.8. ДОКАЖИТЕ, что если $f, g \in D^k(p)$ и $f(p) \neq 0$, то $\frac{1}{f}, \frac{g}{f} \in D^k(p)$.
- 11.9. ДОКАЖИТЕ, что если аддитивная функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ монотонна, то $f(x) = ax$.