

1. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2 1/2 или +++; на 5: +++

- 1.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение сужения отображения.
- 1.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие элементарной окрестности точки на расширенной вещественной прямой.
- 1.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие нижнего предела функции.
- 1.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ теорему Вейерштрасса о функции, непрерывной на отрезке.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 1.5. ДОКАЖИТЕ, что отношение асимптотической эквивалентности рефлексивно ($f \sim f$) и симметрично (если $f \sim g$, то $g \sim f$).
- 1.6. ПРИВЕДИТЕ вывод асимптотического разложения для функции $\exp x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 1.7. ДОКАЖИТЕ, что множество $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ счётно.
- 1.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ принцип Больцано — Вейерштрасса о предельной точке ограниченного множества.
- 1.9. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ теорему о существовании непрерывной обратной функции.

2. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2 1/2 или +++; на 5: +++

- 2.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие конечного множества.
- 2.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ принцип Коши—Кантора о вложенных отрезках.
- 2.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие изолированной точки множества.
- 2.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение разрыва II рода.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 2.5. ДОКАЖИТЕ, что при $x \rightarrow 0$ всякий полином $P(x)$ эквивалентен своему младшему члену, а при $x \rightarrow \infty$ — старшему.
- 2.6. Считая разложения для $\sin x$ и $\cos x$ известными, докажите, что $\operatorname{tg} x \sim x$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 2.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ принцип Бореля—Лебега о покрытии отрезка интервалами.
- 2.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ теорему Больцано—Коши о промежуточных значениях непрерывной функции.
- 2.9. ДОКАЖИТЕ, что бесконечное подмножество счётного множества счётно.

3. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2 1/2 или +++; на 5: +++

- 3.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение вложения.
- 3.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие O -большого.
- 3.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ критерий Коши существования предела функции.
- 3.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ топологическое определение функции, непрерывной в точке.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 3.5. ДОКАЖИТЕ, что если $f_1 \sim g_1$ и $f_2 \sim g_2$, то $f_1 f_2 \sim g_1 g_2$.
- 3.6. Считая разложение для $\exp x$ известным, ПРИВЕДИТЕ вывод асимптотического разложения для функции $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 3.7. ДОКАЖИТЕ, что обратное к композиции отображений есть композиция обратных.
- 3.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ принцип Больцано строгой монотонности непрерывной функции (рассмотреть случай возрастающей функции).
- 3.9. СФОРМУЛИРУЙТЕ критерий существования предела функции в терминах верхнего и нижнего пределов. ДОКАЖИТЕ, что если нижний предел функции равен $+\infty$, то существует предел функции, равный $+\infty$.

4. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4: ++1/2 1/2 или +++; на 5: +++

- 4.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение биективного отображения.
- 4.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ расширенный принцип Больцано — Вейерштрасса о предельной точке бесконечного множества в $\mathbb{R}$.
- 4.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие предельной точки множества.
- 4.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ условие Гёльдера для функций вещественной прямой.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 4.5. ДОКАЖИТЕ, что если $f = o(g)$, то $f = O(g)$.
- 4.6. Считая разложение для $\sin x$ известным, докажите, что $\arcsin x \sim x$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 4.7. ДОКАЖИТЕ, что $f(x) \sim g(x)|_{x \rightarrow p, x \in A}$ тогда и только тогда, когда $f(x) = u(x)g(x)$, где $u(x) \rightarrow 1|_{x \rightarrow p, x \in A}$.
- 4.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ теорему о пределе композиции функций.
- 4.9. ДОКАЖИТЕ, что для покрытия отрезка I интервалами найдётся такое $\delta > 0$, что любой отрезок длины не больше δ , содержащийся в I , содержится в каком-либо из интервалов покрытия.

5. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2 1/2 или +++; на 5: +++

- 5.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение инъективного отображения.
- 5.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие предела функции слева.
- 5.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие o -малого.
- 5.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ теорему о существовании непрерывной обратной функции.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 5.5. ДОКАЖИТЕ, что если $f_1 \sim g_1$, $f_2 \sim g_2$, и функции g_1 , g_2 неотрицательны, то $f_1 + f_2 \sim g_1 + g_2$.
- 5.6. Считая разложение для $\sin x$ известным, ПРИВЕДИТЕ вывод асимптотического разложения для функции $\arcsin x = x + o(x^2)$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 5.7. ДОКАЖИТЕ, что функция, обладающая модулем непрерывности, равномерно непрерывна.
- 5.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ теорему Кантора о несчётности отрезка $[0, 1]$.
- 5.9. ДОКАЖИТЕ, что монотонная функция может иметь только разрывы I рода, причём не более, чем счётное их число.

6. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2 1/2 или +++; на 5: +++

- 6.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение композиции отображений.
- 6.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие верхнего предела функции.
- 6.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ критерий Гейне существования предела функции.
- 6.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение разрыва I рода.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 6.5. ДОКАЖИТЕ, что если $f = O(g)$, а $g = o(h)$, то $f = o(h)$.
- 6.6. Считая разложение для $\exp x$ известным, докажите, что $(1+x)^\alpha - 1 \sim \alpha x$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 6.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ теорему о пределе монотонно возрастающей функции.
- 6.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ признак Больцано строгой монотонности непрерывной функции (рассмотреть случай убывающей функции).
- 6.9. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ теорему Кантора о равномерной непрерывности функции, непрерывной на отрезке.

7. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4: ++1/2 или +++; на 5: +++

- 7.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие счётного множества.
- 7.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ принцип Больцано — Вейерштрасса о предельной точке ограниченного множества.
- 7.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ арифметическое определение конечного предела функции в точке $-\infty$.
- 7.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие модуля непрерывности.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 7.5. ДОКАЖИТЕ, что если $f \sim g$ и $g \sim h$, то $f \sim h$.
- 7.6. Считая разложение для $\cos x$ известным, ПРИВЕДИТЕ вывод асимптотического разложения для функции $\arccos x = \frac{\pi}{2} - x + o(x)$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 7.7. ДОКАЖИТЕ, что $f(x) = o(g(x))|_{x \rightarrow p, x \in A}$ тогда и только тогда, когда $f(x) = o(1)g(x)|_{x \rightarrow p, x \in A}$.
- 7.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ теорему Кантора о равномерной непрерывности функции, непрерывной на отрезке.
- 7.9. ДОКАЖИТЕ, что монотонная функция может иметь только разрывы I рода, причём не более чем счётное их число.

8. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2 1/2 или +++; на 5: +++

- 8.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение образа множества при отображении.
- 8.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ теорему о пределе монотонно убывающей функции.
- 8.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие асимптотической эквивалентности функций.
- 8.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ арифметическое определение функции, непрерывной в точке.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 8.5. ДОКАЖИТЕ, что если $f = o(g)$ и $g = O(h)$, то $f = o(h)$.
- 8.6. Докажите, что $e^x - (1 + x + \frac{x^2}{2}) \sim \frac{x^3}{3!}$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 8.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ теорему о пределе монотонно убывающей функции.
- 8.8. ДОКАЖИТЕ, что бесконечное подмножество счётного множества счётно.
- 8.9. СФОРМУЛИРУЙТЕ критерий существования предела функции в терминах верхнего и нижнего пределов. ДОКАЖИТЕ, что если верхний предел функции равен $-\infty$, то существует предел функции, равный $-\infty$.

9. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2 1/2 или +++; на 5: +++

- 9.1. Сформулируйте определение тождественного отображения.
- 9.2. Сформулируйте понятие покрытия множества.
- 9.3. Сформулируйте топологическое определение предела функции.
- 9.4. Сформулируйте признак Больцано строгой монотонности непрерывной функции.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 9.5. Докажите, что если $f(x) \sim g(x)|_{x \rightarrow p}$ и $f(x) \rightarrow a|_{x \rightarrow p}$, то $g(x) \rightarrow a|_{x \rightarrow p}$.
- 9.6. Считая разложение для $\sin x$ и $\cos x$ известным, приведите вывод асимптотического разложения для функции $\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 9.7. Докажите, что композиция сюръекций есть сюръекция.
- 9.8. Сформулируйте и докажите критерий Гейне существования предела.
- 9.9. Сформулируйте и докажите теорему о пересекающихся отрезках.

10. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2 1/2 или +++; на 5: +++

- 10.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение сюръективного отображения.
- 10.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ теорему о пределе композиции функций.
- 10.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ арифметическое определение функции, стремящейся к $+\infty$, в точке $p \in \mathbb{R}$.
- 10.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие равномерной непрерывности.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 10.5. ДОКАЖИТЕ, что $f = o(g)$, то $f = O(g)$.
- 10.6. Считая разложение для $\exp x$ известным, докажите, что $\ln(1+x) \sim x$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 10.7. ДОКАЖИТЕ, что множество рациональных чисел счётно.
- 10.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ критерий Коши существования предела функции.
- 10.9. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ принцип Больцано — Вейерштрасса о предельной точке ограниченного множества.

11. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4: ++1/2 1/2 или +++; на 5: +++

- 11.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение обратного отображения.
- 11.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ принцип Бореля — Лебега о покрытии отрезка интервалами.
- 11.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ арифметическое определение функции, стремящейся к $-\infty$, в точке $-\infty$.
- 11.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение устранимого разрыва.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 11.5. ДОКАЖИТЕ, что если $g(x) \neq 0|_{x \rightarrow p}$, то $f \sim g$ тогда и только тогда, когда $\frac{f}{g} \sim 1$.
- 11.6. Считая разложение $\operatorname{tg} x = x + o(x)$ известным, ПРИВЕДИТЕ вывод асимптотического разложения для функции $\operatorname{arctg} x = x + o(x)$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 11.7. ДОКАЖИТЕ, что $f(x) = O(g(x))|_{x \rightarrow p, x \in A}$ тогда и только тогда, когда $f(x) = O(1)g(x)|_{x \rightarrow p, x \in A}$.
- 11.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ критерий существования предела функции в терминах верхнего и нижнего пределов. ДОКАЖИТЕ, что если верхний и нижний пределы равны одному и тому же вещественному числу, то существует предел функции, равный этому числу.
- 11.9. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ теорему Кантора о несчётности отрезка $[0, 1]$.

12. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2 1/2 или +++; на 5: +++

12.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение прообраза множества при отображении.

12.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ критерий существования предела функции в терминах верхнего и нижнего пределов.

12.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ арифметическое определение конечного предела функции в точке $+\infty$.

12.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ условие Липшица для функций вещественной прямой.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

12.5. ДОКАЖИТЕ, что при $x \rightarrow 0$ всякий полином $P(x)$ эквивалентен своему младшему члену, а при $x \rightarrow -\infty$ — старшему.

12.6. Считая разложение для $\sin x$ известным, докажите, что $\arcsin x \sim x$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

12.7. ДОКАЖИТЕ, что композиция инъекций есть инъекция.

12.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ теорему о пределе композиции функций.

12.9. ДОКАЖИТЕ, что равномерно непрерывная функция обладает модулем непрерывности.

13. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4: ++1/2 1/2 или +++; на 5: +++

- 13.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ основные свойства композиции отображений.
- 13.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ теорему о пересекающихся отрезках.
- 13.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ арифметическое определение функции, стремящейся к $-\infty$, в точке $p \in \mathbb{R}$.
- 13.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие функции, непрерывной на множестве.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 13.5. ДОКАЖИТЕ, что если $f \sim g$ и $g \sim h$, то $f \sim h$.
- 13.6. Считая разложения для e^x и $\ln x$ известными, ПРИВЕДИТЕ вывод асимптотического разложения для функции $(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + o(x)$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 13.7. ДОКАЖИТЕ, что объединение не более чем счётного числа не более чем счётных множеств не более чем счётно.
- 13.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ теорему Вейерштрасса о функции, непрерывной на отрезке.
- 13.9. СФОРМУЛИРУЙТЕ и ДОКАЖИТЕ критерий Коши существования предела функции.

14. Б И Л Е Т

1°

на 3: ++; на 4 ++1/2 1/2 или +++; на 5: +++

- 14.1. СФОРМУЛИРУЙТЕ определение не более чем счётного множества.
- 14.2. СФОРМУЛИРУЙТЕ понятие предела функции справа.
- 14.3. СФОРМУЛИРУЙТЕ арифметическое определение конечного предела функции в точке $p \in \mathbb{R}$.
- 14.4. СФОРМУЛИРУЙТЕ теорему Больцано—Коши о промежуточных значениях непрерывной функции.

2°

на 3: +; на 4: +1/2; на 5: ++

- 14.5. ДОКАЖИТЕ, что если $f = O(g)$ и $g = O(h)$, то $f = O(h)$.
- 14.6. Считая разложение для $\cos x$ известным, докажите, что $\arccos x - \frac{\pi}{2} \sim -x$ при $x \rightarrow 0$.

3°

на 3: 7; на 4: 8 или 9; на 5: две теоремы

- 14.7. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ свойство ассоциативности композиции отображений.
- 14.8. СФОРМУЛИРУЙТЕ И ДОКАЖИТЕ теорему о пересекающихся отрезках.
- 14.9. ДОКАЖИТЕ, что функция, обладающая модулем непрерывности, равномерно непрерывна.