

1. БИЛЕТ

1°

1.1. СФОРМУЛИРОВАТЬ понятия абсолютно и условно сходящихся рядов.

1.2. СФОРМУЛИРОВАТЬ понятие первообразной и неопределенного интеграла.

1.3. СФОРМУЛИРОВАТЬ определение интегральной суммы Римана и сходимости интегральных сумм к пределу.

1.4. СФОРМУЛИРОВАТЬ определение матрицы Якоби.

2°

1.5. ЗАДАЧА. Исследовать последовательность $\{f_n(x) = x^n\}$ на равномерную сходимость на промежутках: 1) $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$; 2) $0 \leq x \leq 1$.

1.6. ЗАДАЧА. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной в прямоугольных координатах: $y = \frac{a^2}{a^2 + x^2}$.

1.7. ЗАДАЧА. Найти дифференциал композиции дифференцируемых функций: $u = f(\sqrt{x^2 + y^2})$.

3°

1.8. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать теорему об интегрируемости непрерывной функции на замкнутом отрезке.

1.9. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать теорему Римана о перестановках условно сходящегося ряда.

1.10. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать теорему о непрерывности линейного оператора в конечномерных нормированных пространствах.

2. БИЛЕТ

1°

2.1. СФОРМУЛИРОВАТЬ признаки сходимости Раабе и Гаусса.

2.2. СФОРМУЛИРОВАТЬ определение элементарного интеграла и его свойство.

2.3. СФОРМУЛИРОВАТЬ теорему о сходимости интегральных сумм Римана к интегралу Римана.

2.4. СФОРМУЛИРОВАТЬ понятие нормы и метрики.

2°

2.5. ЗАДАЧА. Исследовать последовательность $\{f_n(x) = x^n - x^{n+1}\}$ на равномерную сходимость на промежутке: $0 \leq x \leq 1$.

2.6. ЗАДАЧА. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в прямоугольных координатах: $y = x$, $y = x + \sin^2 x$ ($0 \leq x \leq \pi$).

2.7. ЗАДАЧА. Найти дифференциал композиции дифференцируемых функций: $u = f(\xi, \eta)$, где $\xi = ax$, $\eta = by$.

3°

2.8. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать свойства интегральной нормы Дарбу.

2.9. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать теорему Абеля о непрерывности степенного ряда на границе круга сходимости.

2.10. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать теорему Вейерштрасса об экстремальных значениях вещественнозначной функции, определенной на компактном множестве.

3. БИЛЕТ

1°

3.1. СФОРМУЛИРОВАТЬ определение полного пространства. Привести примеры.

3.2. СФОРМУЛИРОВАТЬ определение интегральной нормы Дарбу.

3.3. СФОРМУЛИРОВАТЬ первую теорему о среднем.

3.4. СФОРМУЛИРОВАТЬ определение нормы линейного оператора в нормированном пространстве.

2°

3.5. ЗАДАЧА. Исследовать последовательность $\{f_n(x) = x^n - x^{2n}\}$ на равномерную сходимость на промежутке: $0 \leq x \leq 1$.

3.6. ЗАДАЧА. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в прямоугольных координатах: $y = (x+1)^2$, $x = \sin \pi y$, $y = 0$.

3.7. ЗАДАЧА. Найти дифференциал композиции дифференцируемых функций: $u = f(\xi, \eta)$, где $\xi = x + y$, $\eta = x - y$.

3°

3.8. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

3.9. СФОРМУЛИРОВАТЬ критерий интегрируемости Лебега и доказать достаточность критерия.

3.10. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать теорему о дифференцируемости функции, имеющей частные производные, непрерывные в точке.

4. БИЛЕТ

1°

4.1. СФОРМУЛИРОВАТЬ теорему о перестановках абсолютно сходящегося ряда.

4.2. СФОРМУЛИРОВАТЬ определение интегрируемой по Риману функции и интеграла Римана.

4.3. СФОРМУЛИРОВАТЬ вторую теорему о среднем.

4.4. СФОРМУЛИРОВАТЬ понятие предела отображения в конечномерном евклидовом пространстве.

2°

4.5. ЗАДАЧА. Исследовать последовательность $\{f_n(x) = \frac{nx}{1+n+x}\}$ на равномерную сходимость на промежутке: $0 \leq x \leq 1$.

4.6. ЗАДАЧА. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в прямоугольных координатах: $y = 2^x$, $y = 2$, $x = 0$.

4.7. ЗАДАЧА. Найти дифференциал композиции дифференцируемых функций: $u = f(\xi, \eta)$, где $\xi = xy$, $\eta = \frac{x}{y}$.

3°

4.8. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать теорему о непрерывном образе компактного множества.

4.9. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать теорему о перестановке пределов.

4.10. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать формулу Ньютона — Лейбница, считая известной лемму о постоянных функциях.

5. БИЛЕТ

1°

5.1. Привести определение операций над степенными рядами и их свойства.

5.2. Сформулировать первый критерий интегрируемости в терминах колебаний.

5.3. Сформулировать определение несобственного интеграла и его свойства.

5.4. Привести определение дифференцируемости в конечномерном нормированном пространстве.

2°

5.5. Задача. Исследовать последовательность $\{f_n(x) = \frac{x^n}{1+x^n}\}$ на равномерную сходимость на промежутках: 1) $0 \leq x \leq 1 - \varepsilon$,
2) $1 - \varepsilon \leq x \leq 1 + \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$.

5.6. Задача. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в прямоугольных координатах: $y = 2x - x^2$, $x + y = 0$.

5.7. Задача. Найти дифференциал композиции дифференцируемых функций: $u = f(x + y + z, x^2 + y^2 + z^2)$.

3°

5.8. Сформулировать и доказать теорему Кантора о равномерной непрерывности.

5.9. Сформулировать и доказать формулу замены переменной в интеграле Римана в предположении, что подынтегральная функция непрерывна.

5.10. Сформулировать и доказать Дини о равномерной сходимости монотонной последовательности непрерывных функций.

6. БИЛЕТ

1°

6.1. СФОРМУЛИРОВАТЬ понятие поточечной и равномерной сходимостей функциональной последовательности.

6.2. СФОРМУЛИРОВАТЬ понятие множества нулевой меры, и сформулировать свойства совокупности множеств нулевой меры.

6.3. СФОРМУЛИРОВАТЬ критерий Коши сходимости несобственного интеграла.

6.4. СФОРМУЛИРОВАТЬ понятие компактного множества.

2°

6.5. ЗАДАЧА. Исследовать последовательность $\{f_n(x) = \frac{2nx}{1+n^2x^2}\}$ на равномерную сходимость на промежутках: 1) $0 \leq x \leq 1$,
2) $1 < x < +\infty$.

6.6. ЗАДАЧА. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в прямоугольных координатах: $y = x^2$, $x + y = 2$.

6.7. ЗАДАЧА. Найти дифференциал композиции дифференцируемых функций: $u = f(x, y, z)$, где $x = t$, $y = t^2$, $z = t^3$.

3°

6.8. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать критерий Коши сходимости несобственного интеграла.

6.9. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать теорему о дифференцировании ряда.

6.10. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать теорему о дифференцируемости композиции дифференцируемых функций.

7. БИЛЕТ

1°

7.1. СФОРМУЛИРОВАТЬ свойство полноты пространства непрерывных функций в равномерной норме.

7.2. СФОРМУЛИРОВАТЬ критерий интегрируемости Лебега.

7.3. СФОРМУЛИРОВАТЬ признак сходимости Абеля несобственного интеграла.

7.4. СФОРМУЛИРОВАТЬ понятие равномерно непрерывного отображения.

2°

7.5. ЗАДАЧА. Исследовать последовательность $\left\{f_n(x) = \sqrt{x^2 + \frac{1}{n^2}}\right\}$ на равномерную сходимость на вещественной прямой: $x \in \mathbb{R}$.

7.6. ЗАДАЧА. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной в прямоугольных координатах: $y^2 = x^2(a^2 - x^2)$.

7.7. ЗАДАЧА. Найти дифференциал композиции дифференцируемых функций: $u = f(\xi, \eta, \zeta)$, где $\xi = ax$, $\eta = by$, $\zeta = cz$.

3°

7.8. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать признак сходимости Гаусса.

7.9. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать формулу интегрирования по частям в определенном интеграле.

7.10. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать теорему об эквивалентных определениях компактных множеств.

8. БИЛЕТ

1°

8.1. СФОРМУЛИРОВАТЬ топологическое определение предела последовательности.

8.2. ПРИВЕСТИ описание первообразных интегрируемых по Риману функций.

8.3. СФОРМУЛИРОВАТЬ признак сходимости Дирихле несобственного интеграла.

8.4. ПРИВЕСТИ описание сходимости в n -мерном пространстве $\mathbb{R}^n$.

2°

8.5. ЗАДАЧА. Исследовать последовательность $\{f_n(x) = \frac{\sin nx}{n}\}$ на равномерную сходимость на вещественной прямой: $x \in \mathbb{R}$.

8.6. ЗАДАЧА. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в прямоугольных координатах: $ax = y^2$, $ay = x^2$.

8.7. ЗАДАЧА. Найти дифференциал композиции дифференцируемых функций: $u = f(\xi, \eta, \zeta)$, где $\xi = x^2 + y^2$, $\eta = x^2 - y^2$, $\zeta = 2xy$.

3°

8.8. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать критерий Гейне сходимости в конечномерных нормированных пространствах.

8.9. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать признак Дирихле равномерной сходимости функционального ряда.

8.10. СФОРМУЛИРОВАТЬ и доказать лемму о постоянных функциях.