Теорема. Для любой системы преобразований $R = \langle \Sigma, P \rangle$ существует система Поста $P_R = \langle \Sigma', P' \rangle$, для которой $\Sigma \subseteq \Sigma'$ и

$$\boxed{\forall \alpha, \beta \in \Sigma^* \quad \alpha \Rightarrow^*_R \beta \ \text{т. и т.т., когда} \ \alpha \Rightarrow^*_{P_R} \beta}$$

Док-во. Пусть $\Sigma = \{a_1, \dots, a_n\}$. Рассм. алфавит $\Sigma' = \{a_1, \dots, a_n, a_1', \dots, a_n'\}$ с новыми символами $a_1', \dots, a_n'$. Для слова $u \in \Sigma^*$ слово $u' \in (\Sigma')^*$ опред. по индукции: $(a_i)' \rightleftharpoons a_i'$, $(xy)' \rightleftharpoons x'y'$, $(e' \rightleftharpoons e)$. $\forall a_i \in \Sigma$ $\forall x, y \in \Sigma^*$.

Обозначим через P' систему продукций в алфавите Σ', образованную по системе продукций $P = \{u_1 \to v_1, \dots, u_m \to v_m\}$ и алфавиту $\Sigma = \{a_1, \dots, a_n\}$ след. образом: полагаем P' состоящей из продукций

$$u_k W \to W v_k' \quad (k \in \overline{1,m})$$
$$a_l W \to W a_l'$$
$$a_l' W \to W a_l \quad (l \in \overline{1,n})$$

Для любых слов $\alpha, \beta \in \Sigma^*$, $\alpha \Rightarrow^*_R \beta$ т. и т.т., когда $\alpha \Rightarrow^*_{P_R} \beta$, где $P_R \rightleftharpoons \langle \Sigma', P' \rangle$.

Действительно, непосредственно из опред. ясно, что из $\alpha \Rightarrow^*_R \beta$ следует $\alpha \Rightarrow^*_{P_R} \beta$.

Наоборот, пусть $\alpha \Rightarrow^*_{P_R} \beta$ для некоторых $\alpha, \beta \in \Sigma^*$. Тогда сущ. конечное мн-во слов $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_t \in (\Sigma')^*$ т.ч.

$$\alpha = \gamma_0 \Rightarrow_{P_R} \gamma_1 \Rightarrow_{P_R} \dots \Rightarrow_{P_R} \gamma_t \Rightarrow_{P_R} \gamma_{t+1} = \beta .$$

Индукцией по i легко убедиться, что каждое γ_i имеет вид $\gamma_i = \eta_i \xi_i'$ или $\gamma_i = \xi_i' \eta_i$ для некот. η_i, ξ_i из Σ^*. Полагаем, $\forall \eta, \xi \in \Sigma^*$

$$(\eta \xi')^\# = (\eta' \xi)^\# = \xi \eta .$$

Из определения продукций P' следует, что $\forall i \in \overline{0,t}$ либо $\gamma_{i+1}^\# = \gamma_i^\#$, либо $\gamma_{i+1}^\#$ получ. из $\gamma_i^\#$ применением (в R) одной из продукций из P. Учитывая, что $\alpha^\# = \alpha$ и $\beta^\# = \beta$, получаем, что $\alpha \Rightarrow^*_R \beta$, что и требовалось

Док-но