С. П. НОВИКОВ И. А. ТАЙМАНОВ

СОВРЕМЕННЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ И ПОЛЯ

Издание второе, исправленное

Москва
Издательство МЦНМО
2014

УДК 271.21
ББК 22.15
Н73

Новиков С. П., Тайманов И. А.

Н73 Современные геометрические структуры и поля. — 2-е изд., испр. — М.: МЦНМО, 2014. — 584 с.: ил.

ISBN 978-5-4439-0182-4

Излагаются основные сведения о геометрии евклидова пространства и пространства Минковского, включая их преобразования, теорию кривых и поверхностей, основы тензорного анализа и римановой геометрии, сведения из вариационного исчисления, пограничные с геометрией, элементы наглядной топологии многообразий. Изложение ведется в свете современных представлений о геометрии реального мира.

Для студентов физико-математических специальностей университетов.

Первое издание книги вышло в 2005 г.

ББК 22.15

ISBN 978-5-4439-0182-4

© Новиков С. П., Тайманов И. А., 2005, 2014.
© МЦНМО, 2014.

Оглавление

Предисловие

Еще в конце 1960-х гг. одним из авторов этой книги была начата подготовка к написанию серии учебных пособий, позволяющих современному молодому математику выучить геометрию и топологию. Целый ряд задач учебно-тренировочной ориентации уже накопился к тому времени в процессе работы учебных семинаров. Эти задачи (преимущественно топологические) вошли в учебники и учебные пособия [1—3] или были изданы в отдельном сборнике [4]. Упомянутая программа значительно расширилась в процессе изучения учебников по теоретической физике (особенно уникального цикла Ландау—Лифшица, где значительная часть книг, например [5], [6], пересекаются с геометрией в ее современном понимании), а также в результате взаимодействия с механиками мехмата МГУ — особенно Л. И. Седовым и В. П. Мясниковым, — крайне заинтересованными в постановке преподавания современной геометрии для нужд, в первую очередь, механики сплошных сред. Любопытно, что процесс создания современных курсов геометрии начался не на отделении математики, а на отделении механики мехмата МГУ в 1971 г., где эти знания были попросту необходимы для дела. Математики согласились на это позже. В процессе чтения этих курсов были созданы следующие ротапринтные пособия:

С. П. Новиков. Риманова геометрия и тензорный анализ. Части I, II. Ротапринтное издание МГУ, 1972/73.

В дальнейшем эти курсы были развиты; было создано продолжение, включающее и элементы топологии:

С. П. Новиков, А. Т. Фоменко. Риманова геометрия и тензорный анализ. Часть III. Ротапринтное издание МГУ, 1974.

После этого С. П. Новиковым была написана программа курса основ современной геометрии и топологии. Она была реализована в серии книг [1—3], совместных с Б. А. Дубровиным и А. Т. Фоменко. Топологическая часть была позднее пополнена энциклопедической книгой [7], содержащей изложение основных идей классической топологии, сложившихся к концу 1960-х — началу 1970-х гг. Более поздние издания [8] содержат также изложение ряда новых топологических достижений, но целый ряд глубоких новых разделов (таких, например, как современная симплектическая и контактная топология, а также новый этап топологии 4-мерных многообразий) остались не охвачены. Мы рекомендуем энциклопедическую книгу [9]. Следует со всей определенностью сказать, что даже сейчас нет удобоваримого учебного курса, покрывающего основные достижения классической топологии 1950—70-х гг., не говоря уже о более позднем периоде. Часть II книги [1] и книга [2] недостаточны; другие книги порой неоправданно абстрактны, как правило, посвящены отдельным узким темам и не дают систематического изложения достижений этого периода, важнейшего в истории топологии. Отдельные хорошо написанные книги [10—13] посвящены специальным разделам. Книга [14] хорошо дополняет книги [1, 2], но одной этой книги явно недостаточно.

Тем не менее, из числа созданных нами, часть II книги [1] — это относительно удачное пособие, содержащее целый спектр нужных основ дифференциальной топологии в ее взаимодействии с физикой. Здесь можно было бы модернизировать, существенно технически улучшить изложение, но в целом она выполняет свою задачу, вместе с продолжающими ее книгами [2] и [7] для более изысканного читателя.

Что же касается части I книги [1], т. е. основ римановой геометрии, то прошедшие 20 лет показали, что необходима значительная переработка в изложении основ, пополнение более современными идеями. Оказались полезны курсы, читавшиеся вторым автором (И. А. Таймановым) в Новосибирском университете [15]. Мы провели совместную работу по написанию нового курса, используя все упомянутые материалы.

По нашему убеждению, сейчас наступает период, когда широкое сообщество математиков — геометров, аналитиков и многих других — возьмется, наконец, за серьезное изучение того математического багажа, который создала теоретическая физика XX в. Уже 25 лет назад было ясно, что такой момент должен наступить; но в тот период широкое математическое сообщество еще не осознало необходимость этого; соответствующие начинания в некоторых наших книгах типа [1] долго оставались недостаточно потребленными в сообществе математиков. Сейчас, по нашему мнению, положение меняется. Осознание необходимости изучить математический аппарат физики среди математиков возросло. К тому же, положение дел в самой теоретической физике таково, что весьма возможно, что сохранить созданные ею в XX в. глубокие математические методы для будущего человечества сможет только сообщество математиков: потеря замечательного соединения трезвой рациональности при изучении реального мира с выдающимся творением новой высокой математики настораживает.

Так или иначе, мы писали эту книгу для широкого сообщества математиков и физиков-теоретиков. Как и в прошлом (см. предисловия к книгам [1, 2]), мы следуем принципам максимальной понятности и минимальной абстрактности языка изложения. Ясное понимание деловой сути предмета должно достигаться до того, как началась формализация: когда формализуешь что-то, надо его уже понимать. Обосновывать еще не понятую теорию нелепо; формальный язык разделяет, а не объединяет математику, затрудняет понимание.

Мы надеемся, что наши идеи найдут понимание в сообществе.

* * *

Во втором издании исправлены замеченные опечатки и неточности и внесены небольшие уточнения. Мы благодарим всех читателей, указавших на необходимые изменения.

Авторы