

**Моделирование динамики
взаимодействующих
галактик на гибридных
суперЭВМ**

Куликов И.М.

**Новосибирск
19 марта 2014 г.**

Актуальность работы

«Движение галактик в плотных скоплениях превращает столкновения между ними в важный эволюционный фактор»

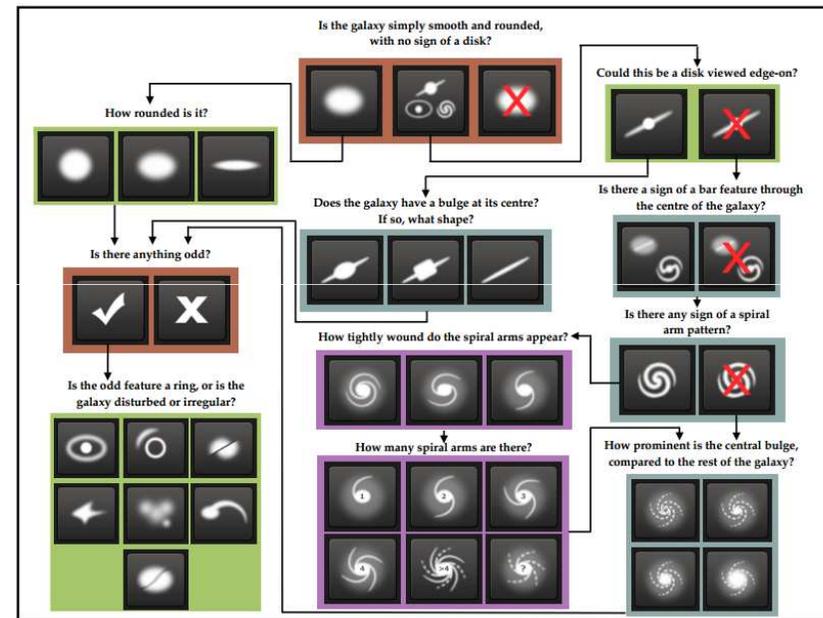
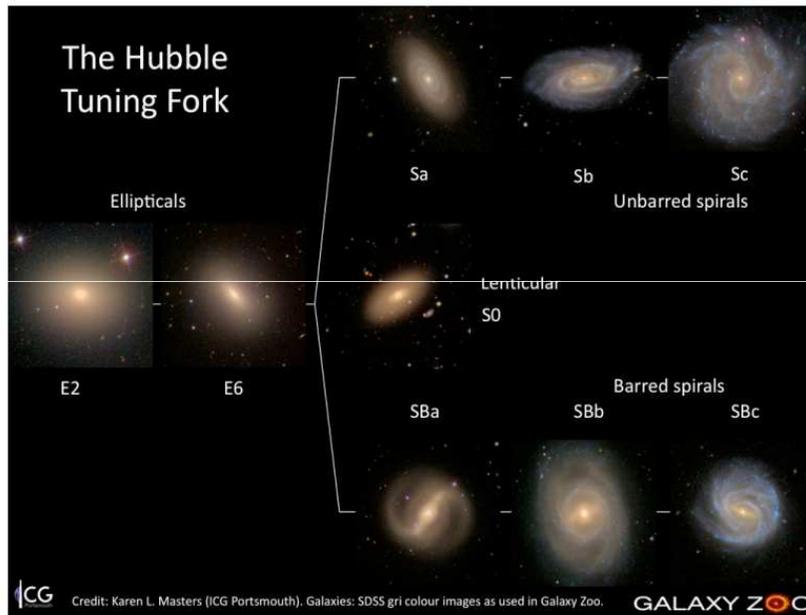
Тутуков А.В.

Тутуков А.В. Роль внешних факторов в эволюции галактик // *Астрономический журнал*, Т. 83, № 6, 2006. стр. 496-508



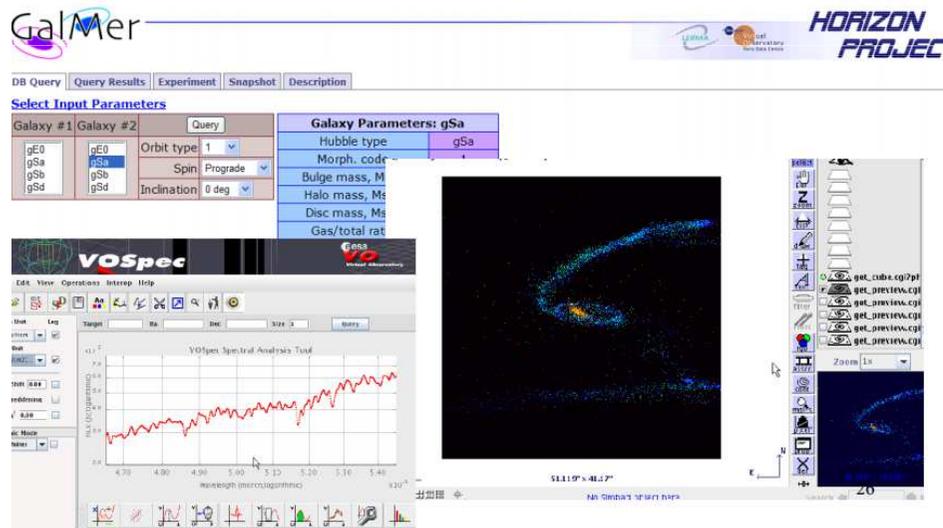
«Многообразиие галактик во многом обусловлено их столкновительной природой»

Столкновение галактик в Мире



Willet K., Sydney, 2013

Combes F., Trieste, 2012

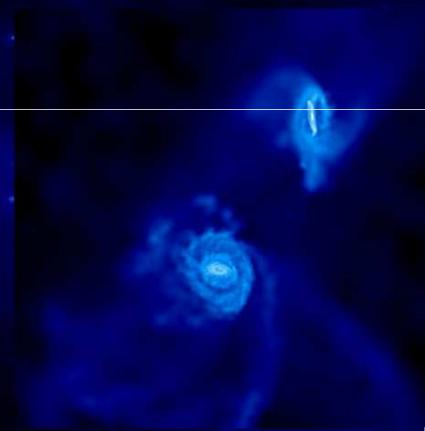


1. Определение различной геометрии галактик (классификация Хаббла)
2. Механизм получения различных типов галактик

Столкновение галактик в Мире

Tissera P., BA, 2011, Trieste, 2012

Major massive mergers: chemical evolution



Wet mergers 20% and 50% gas in the discs.

Initially, gas component has a metallicity gradient consistent with local galaxies and high redshift galaxies, respectively.

We required the abundance of the gas component to be consistent with the MZR at $z=0$ and $z\sim 2$.

We tried different orbital parameters and different combinations of SN feedback.

Perez, Michel-Dansac & Tissera 2011

Ostriker E., Cambridge, 2013

Summary

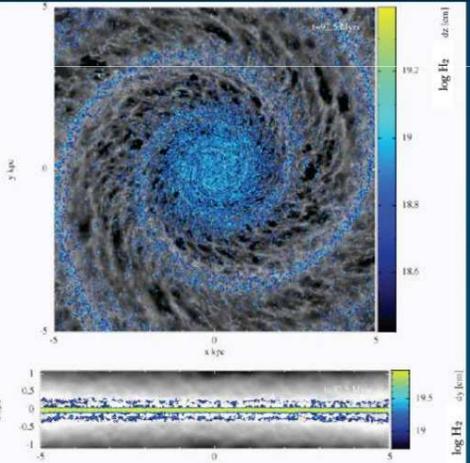
- Gas consumption rate per free-fall time ϵ_{ff} is expected to be low (0.001 - 0.1) in turbulence-dominated systems
- System in force balance and driving/dissipation balance for turbulence driven by feedback has

$$v \sim \epsilon_{ff} \frac{p_*}{m_*} \quad L \sim \frac{GM_{tot}}{v^2} \quad \dot{M}_* \sim \frac{GM_{tot}M}{L^2 p_*/m_*}$$

- For gas-dominated disk system (starburst)

$$\Sigma_{SFR} \sim \frac{G\Sigma^2}{p_*/m_*}, \text{ or more generally: } \Sigma_{SFR} \sim \frac{\Sigma g_z}{p_*/m_*}$$

- Details of feedback processes and evolution determine p_*/m_* and resulting SFR, velocity dispersion, thickness
- Most important drivers are likely SNe, trapped radiation, HII regions; simulations with detailed physics and high resolution are needed for calibration
- Either resolved or subgrid model for turbulent driving/dissipation is crucial to model SF regulation



Cloud formation as critical phase
Flows and cloud collisions
Dobbs, Tan, Murray

Feedback supports vertical structure
thermodynamics + chemistry (Glover & MacLow 2007)

self gravity
stellar feedback
Dobbs & Pringle 2013

1. Усложнение внешних физических процессов (модель галактик)
2. Усложнение внутренних процессов (sub-grid physics)

Bonnell I., Cambridge, 2013

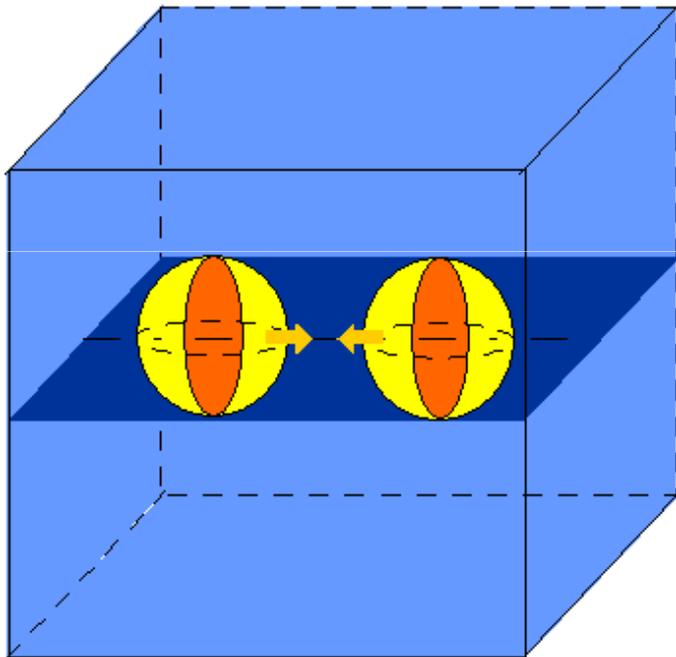
Столкновение галактик в Мире

- **Сценарии столкновения различных типов галактик** (Chilingarian I., Combes F. et al.; Тутуков А.В., Лазарева Г.Г., Куликов И.М. и др.)
- **Взаимодействие нескольких галактик** (Moreno J., Ellison S. et al.)
- **Уточнение классификации Хаббла** (Ellison S. et al.; Willet K. et al.)
- **Усложнение моделей взаимодействующих галактик** (Combes F. et al.; Croton D. et al.; Bate M. et al.; Dale J. et al.)
- **Процессы в галактиках антеннах** (Karl S. et al.)
- **Химическая эволюция взаимодействующих галактик** (Хоперсков А.В., Храпов С.С. и др.; Gibson B. et al.; Tissera P., et al.)
- **Процесс звездообразования во взаимодействующих галактиках** (Ostriker E. et al.; Tan J. et al.; Dobbs C. et al.; Klessen R. et al.)
- **Динамика вещества в аккреционных галактических дисках** (Луговский А.Ю., Сычугов К.Р., Чечеткин В.М.; Moster B. et al.)
- **Столкновение скоплений галактик** (Machado R. et al.; Springel V. et al.)

Постановка задачи столкновения галактик

Модель галактики (центральное столкновение):

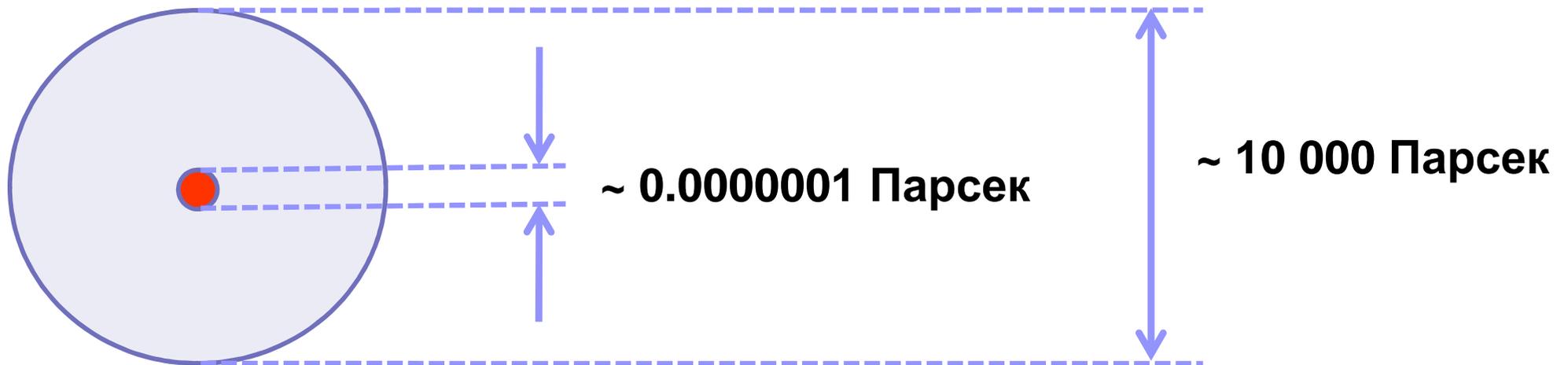
- Газовая компонента ($\sim 50\%$ массы \blacklozenge)
- Бесстолкновительная звездная компонента ($\sim 50\%$ массы \blacklozenge)
- Гравитационное взаимодействие (*Newton, 1666*)
- Процесс охлаждения газа (*Sutherland & Dopita, 1993*)



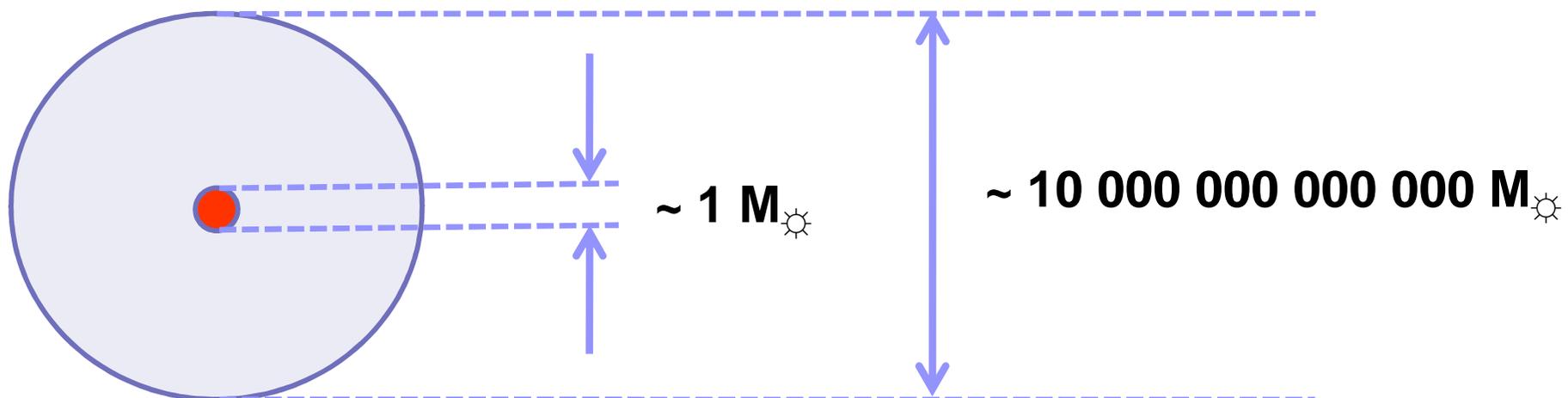
1. Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I., Tutukov A. *ApJS*, 194. 2011, 47
2. Тутуков А.В., Лазарева Г.Г., Куликов И.М. *Астрономический журнал*, том 88, № 9. 2011, с. 1-15

Проблема масштабов

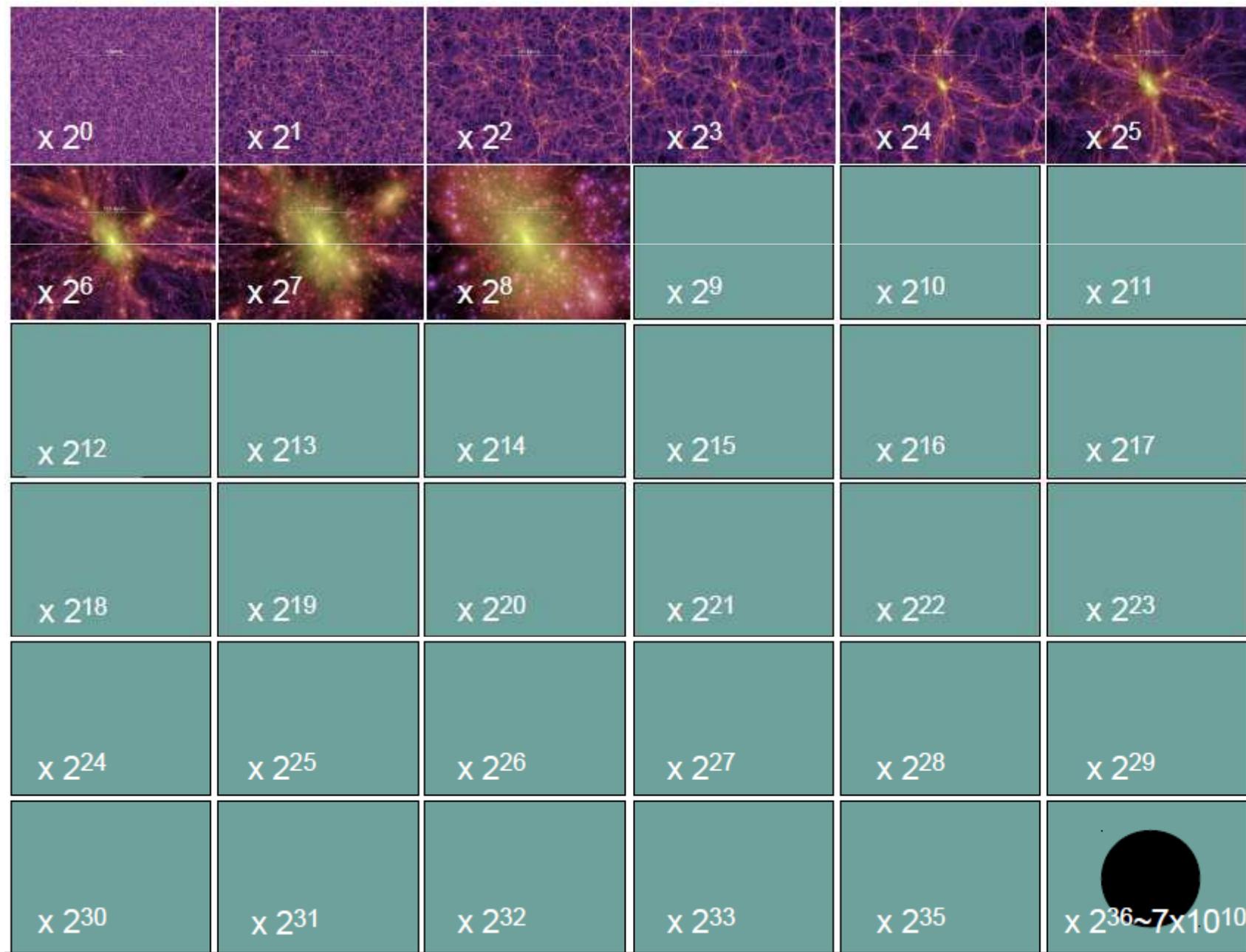
Соотношение размеров



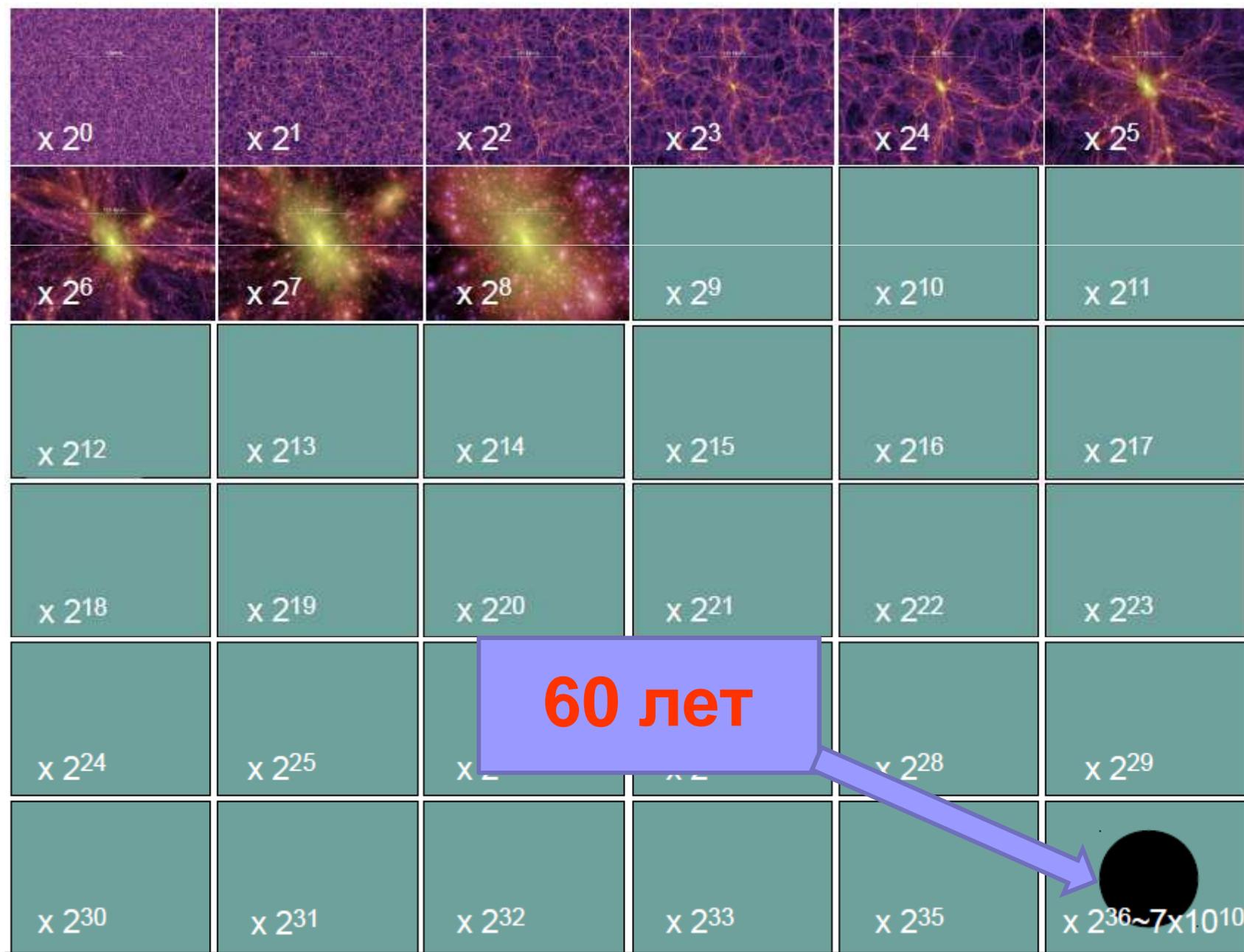
Соотношение масс



Актуальность использования суперЭВМ



Актуальность использования суперЭВМ



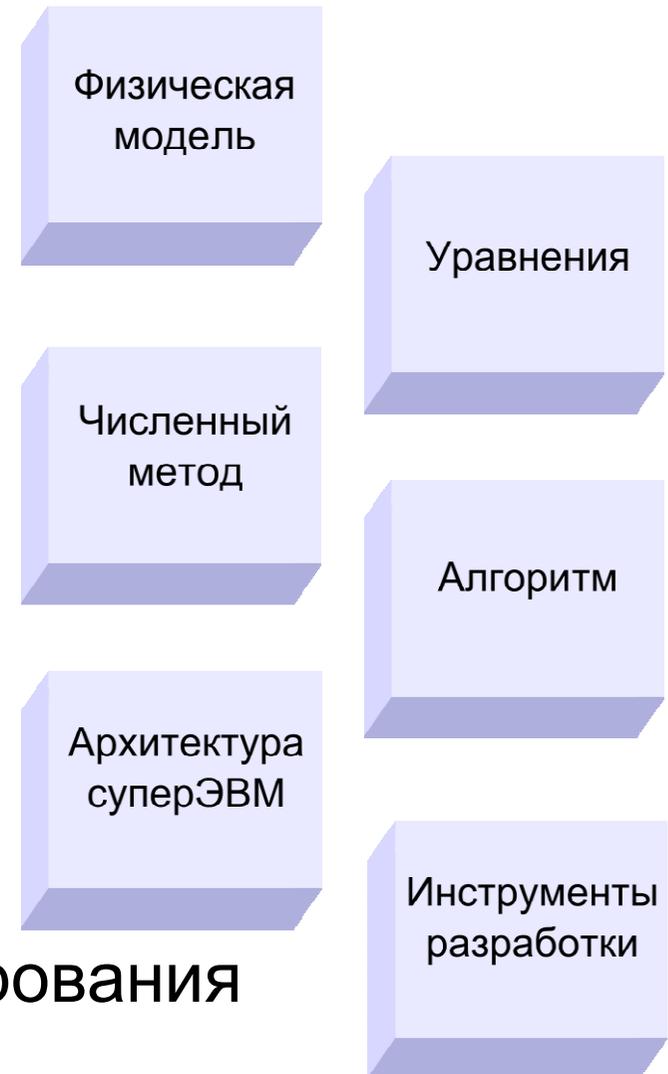
Rank	Site	System	Cores	Rmax (TFlop/s)	Rpeak (TFlop/s)	Power (kW)
1	National Super Computer Center in Guangzhou China	Tianhe-2 (MilkyWay-2) - TH-IVB-FEP Cluster, Intel Xeon E5-2692 12C 2.200GHz, TH Express-2, Intel Xeon Phi 31S1P NUDT	3,120,000	33,862.7	54,902.4	17,808
2	DOE/SC/Oak Ridge National Laboratory United States	Titan - Cray XK7 , Opteron 6274 16C 2.200GHz, Cray Gemini interconnect, NVIDIA K20x Cray Inc.	560,640	17,590.0	27,112.5	8,209
3	DOE/NNSA/LLNL United States	Sequoia - BlueGene/Q, Power BQC 16C 1.60 GHz, Custom IBM	1,572,864	17,173.2	20,132.7	7,890
4	RIKEN Advanced Institute for Computational Science (AICS) Japan	K computer , SPARC64 VIIIfx 2.0GHz, Tofu interconnect Fujitsu	705,024	10,510.0	11,280.4	12,660
5	DOE/SC/Argonne National Laboratory United States	Mira - BlueGene/Q, Power BQC 16C 1.60GHz, Custom IBM	786,432	8,586.6	10,066.3	3,945
6	Swiss National Supercomputing Centre (CSCS) Switzerland	Piz Daint - Cray XC30, Xeon E5-2670 8C 2.600GHz, Aries interconnect , NVIDIA K20x Cray Inc.	115,984	6,271.0	7,788.9	2,325
7	Texas Advanced Computing Center/Univ. of Texas United States	Stampede - PowerEdge C8220, Xeon E5-2680 8C 2.700GHz, Infiniband FDR, Intel Xeon Phi SE10P Dell	462,462	5,168.1	8,520.1	4,510
8	Forschungszentrum Juelich (FZJ) Germany	JUQUEEN - BlueGene/Q, Power BQC 16C 1.600GHz, Custom Interconnect IBM	458,752	5,008.9	5,872.0	2,301
9	DOE/NNSA/LLNL United States	Vulcan - BlueGene/Q, Power BQC 16C 1.600GHz, Custom Interconnect IBM	393,216	4,293.3	5,033.2	1,972
10	Leibniz Rechenzentrum Germany	SuperMUC - iDataPlex DX360M4, Xeon E5-2680 8C 2.70GHz, Infiniband FDR	147,456	2,897.0	3,185.1	3,423

Rank	Site	System	Cores	Rmax (TFlop/s)	Rpeak (TFlop/s)	Power (kW)
1	National Super Computer Center in Guangzhou China	Tianhe-2 (MilkyWay-2) - TH-IVB-FEP Cluster, Intel Xeon E5-2692 12C 2.200GHz, TH Express-2, Intel Xeon Phi 31S1P NUDT	3,120,000	33,862.7	54,902.4	17,808
2	DOE/SC/Oak Ridge National Laboratory United States	Titan - Cray XK7 , Opteron 6274 16C 2.200GHz, Cray Gemini interconnect, NVIDIA K20x Cray Inc.	560,640	17,590.0	27,112.5	8,209
3	DOE/NNSA/LLNL United States	Sequoia - BlueGene/Q, Power BQC 16C 1.60 GHz, Custom IBM	1,572,864	17,173.2	20,132.7	7,890
4	RIKEN Advanced Institute for Computational Science (AICS) Japan	K computer , SPARC64 VIIIfx 2.0GHz, Tofu interconnect Fujitsu	705,024	10,510.0	11,280.4	12,660
5	DOE/SC/Argonne National Laboratory United States	Mira - BlueGene/Q, Power BQC 16C 1.60GHz, Custom IBM	786,432	8,586.6	10,066.3	3,945
6	Swiss National Supercomputing Centre (CSCS) Switzerland	Piz Daint - Cray XC30, Xeon E5-2670 8C 2.600GHz, Aries interconnect , NVIDIA K20x Cray Inc.	115,984	6,271.0	7,788.9	2,325
7	Texas Advanced Computing Center/Univ. of Texas United States	Stampede - PowerEdge C8220, Xeon E5-2680 8C 2.700GHz, Infiniband FDR, Intel Xeon Phi SE10P Dell	462,462	5,168.1	8,520.1	4,510
8	Forschungszentrum Juelich (FZJ) Germany	JUQUEEN - BlueGene/Q, Power BQC 16C 1.600GHz, Custom Interconnect IBM	458,752	5,008.9	5,872.0	2,301
9	DOE/NNSA/LLNL United States	Vulcan - BlueGene/Q, Power BQC 16C 1.600GHz, Custom Interconnect IBM	393,216	4,293.3	5,033.2	1,972
10	Leibniz Rechenzentrum Germany	SuperMUC - iDataPlex DX360M4, Xeon E5-2680 8C 2.70GHz, Infiniband FDR	147,456	2,897.0	3,185.1	3,423

Дизайн параллельной реализации

Грани эффективной параллельной реализации

- Физическая модель
- Математическая формализация
- Численный метод
- Параллельный алгоритм
- Архитектура суперЭВМ
- Средства параллельного программирования



Постановка задачи

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{v} \rho \vec{v}) = -\operatorname{grad}(p) - \rho \operatorname{grad}(\Phi + \Phi_0)$$

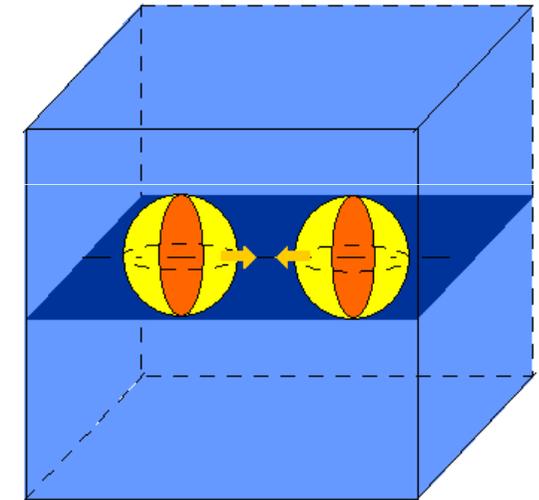
$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho E \vec{v}) = -\operatorname{div}(p \vec{v}) - (\rho \operatorname{grad}(\Phi + \Phi_0), \vec{v}) - Q$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \varepsilon \vec{v}) = -(\gamma - 1) \rho \varepsilon \operatorname{div}(\vec{v}) - Q$$

$$p = \rho \varepsilon (\gamma - 1)$$

$$\Delta \Phi = 4\pi \rho$$

Область решения и начальное распределение



- Газ (50% массы)
- Звездный компонент (50% массы)

Бесстолкновительная компонента: аналитически

Область: кубическая

Координаты: трёхмерные декартовы

Расчётная сетка: равномерная эйлеровая

$$\frac{|E_{grav}|}{E_{kin}} \approx 0.1$$

Чечеткин В.М. и др
(ИПМ РАН)

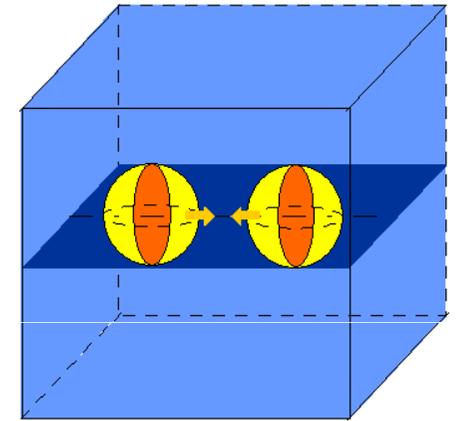
Краевые условия газодинамической системы уравнений: Однородные краевые условия 2го рода

Краевые условия для уравнения Пуассона: Фундаментальное решение уравнения Лапласа

Постановка задачи столкновения галактик

Модель галактики:

- Газовая компонента (~ 50 % массы ♦)
- Бесстолкновительная звездная компонента (~ 50 % массы ♦)
- Гравитационное взаимодействие (*Newton, 1666*)
- Процесс охлаждения газа (*Sutherland & Dopita, 1993*)



Система уравнений гравитационной газовой динамики

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{v} \rho \vec{v}) = -\operatorname{grad}(p) - \rho \operatorname{grad} \Phi$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho E \vec{v}) = -\operatorname{div}(p \vec{v}) - (\rho \operatorname{grad} \Phi, \vec{v}) - Q$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \varepsilon \vec{v}) = -(\gamma - 1) \rho \varepsilon \operatorname{div}(\vec{v}) - Q$$

$$p = \rho \varepsilon (\gamma - 1)$$

$$\Delta \Phi_{self} = 4\pi\rho$$

$$\Phi = \Phi_{self} + \Phi_{\odot}$$

Область: кубическая

Координаты: декартовые

Сетка: равномерная эйлеровая

Краевые условия газодинамической системы уравнений: Однородные краевые условия 2го рода

Краевые условия для уравнения Пуассона: Фундаментальное решение уравнения Лапласа

Трудности решения задачи

- Необходимость моделирования трёхмерного и нестационарного процесса
- Образование произвольных разрывов
- Необходимость использования высокопроизводительных архитектур (*гибридных суперЭВМ*)
 - Необходимость высокого разрешения
- Проблема границы Газ-Вакуум
 - Неправомерность уравнений газовой динамики в области вакуума
- Гравитационная неустойчивость → Некорректность по Адамару
 - Проблема неинвариантности решения относительно поворота

Требования к численному методу

- Эффективность численного метода
- Потенциально бесконечная масштабируемость
- Высокое качество воспроизведение разрывов
- Слабая устойчивость численного метода
- Отсутствие необходимости в искусственной вязкости
- Воспроизведение границы газ – вакуум
- Простота программной реализации
- Получение решения инвариантного относительно поворота

Методы решения уравнений гравитационной газовой динамики

Эйлеровы методы на адаптивных сетках (AMR)

Эйлеровы методы:

- Метод Годунова
- Метод Куранта-Изааксона-Риса
- Метод Роу
- Метод Ошера
- HLL-, HLLC-, HLLC-методы
- MUSCL-схема (2-й порядок)
- TVD-схемы (2-й порядок)
- PPM-метод (3-й порядок)

Метод сглаженных частиц (SPH)

Методы поиска частиц:

- P³M-метод
- AP³M-метод
- Tree-code метод
- Tree-PM метод

Методы решения уравнения Пуассона:

- Аналитическое задание потенциала
- Метод сопряженных градиентов
- Метод быстрого преобразования Фурье
- Метод Федоренко (многосеточный метод)

Методы решения уравнений гравитационной газовой динамики

Эйлеровы методы на адаптивных сетках (AMR)

Эйлеровы методы:

- Метод Годунова
- Метод Куранта-Изааксона-Риса
- Метод Роу
- Метод Ошера
- HLL-, HLLC-, HLLC-методы
- MUSCL-схема (2-й порядок)
- TVD-схемы (2-й порядок)
- PPM-метод (3-й порядок)

Метод сглаженных частиц (SPH)

Методы поиска частиц:

- P³M-метод
- AP³M-метод
- Tree-code метод
- Tree-PM метод

Методы решения уравнения Пуассона:

- Аналитическое задание потенциала
- Метод сопряженных градиентов
- Метод быстрого преобразования Фурье
- Метод Федоренко (многосеточный метод)

Методы решения уравнений гравитационной газовой динамики

Эйлеровы методы на адаптивных сетках (AMR)

Эйлеровы методы:

- Метод Годунова
- Метод Куранта-Изааксона-Риса
- Метод Роу
- Метод Ошера
- HLL-, HLLC-, HLLC-методы
- MUSCL-схема (2-й порядок)
- TVD-схемы (2-й порядок)
- PPM-метод (3-й порядок)

Метод сглаженных частиц (SPH)

Методы поиска частиц:

- P³M-метод
- AP³M-метод
- Tree-code метод
- Tree-PM метод

Методы решения уравнения Пуассона:

- Аналитическое задание потенциала
- Метод сопряженных градиентов
- Метод быстрого преобразования Фурье
- Метод Федоренко (многосеточный метод)

Методы решения уравнений гравитационной газовой динамики

Эйлеровы методы на адаптивных сетках (AMR)

Эйлеровы методы

- Метод Годунова
- Метод Куранта-Исахараса
- Метод Роу
- Метод Ошера
- HLL, HLLC, HLLD методы
- MUSCL-схема (2-й порядок)
- TVD-схемы (2-й порядок)
- PPM-метод (3-й порядок)

Годунов С.К., Манузина Ю.Д., Назарьева М.А., 2011

Метод сглаженных частиц (SPH)

Методы поиска частиц:

- P³M-метод
- Tree-code метод
- Tree-PM метод

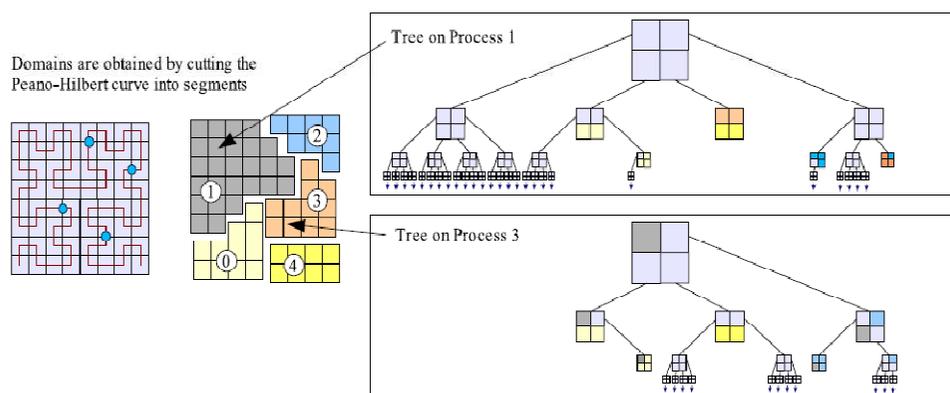
Методы решения уравнения Пуассона:

- Аналитическое задание потенциала
- Метод сопряженных градиентов
- Метод быстрого преобразования Фурье
- Метод Федоренко (многосеточный метод)

Параллельные реализации SPH и AMR методов

SPH метод (лагранжев подход)

Стратегия распределения частиц*



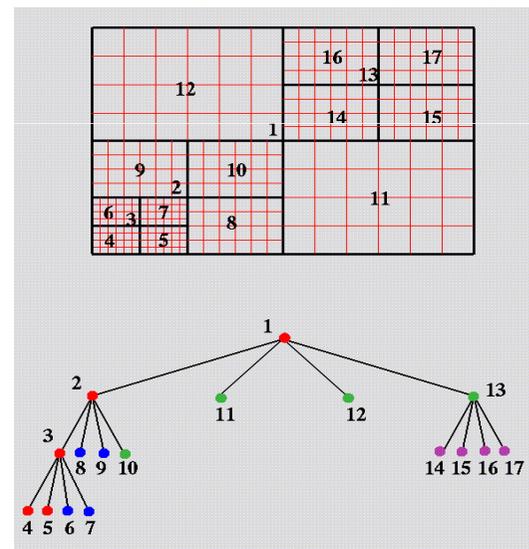
* Springel V. The cosmological simulation code GADGET-2 // MNRAS, V. 364, Issue 4, 2005. pp. 1105-1134

Потолок масштабируемости ~100 ядер

Ferrari, A. A New Parallel SPH Method for 3D Free Surface Flows / A. Ferrari [et al.] // High performance computing on vector systems 2009. - 2010. - Part 4. - P. 179-188.

AMR метод (эйлеров подход)

Стратегия распределения ячеек*



* P. MacNeice, K. Olson, C. Mobarrry, R. de Fainchtein, C. Packer. PARAMESH : A parallel adaptive mesh refinement community toolkit // Computer Physics Communications, vol. 126, 2000, p.330-354

Потолок масштабируемости ~10 000 ядер

Van Straalen, B. Scalability challenges for massively parallel AMR applications / B. Van Straalen [et al.] // In Proceedings of the 2009 IEEE International Symposium on Parallel & Distributed Processing (IPDPS '09). – 2009. – IEEE Computer Society, Washington, DC, USA. – P. 1–12.

**Общая проблема – слабый параллелизм
древесных алгоритмов**

Сильные и слабые стороны методов

SPH метод

- Точное нахождение потенциала
- **Галилеева инвариантность**
- Пространственная адаптация
- Постоянное разрешение
- Произвольная геометрия задачи
- Адаптация на многомерный случай

- **Проблема разрывов**
- Проблема радиуса сглаживания
- **Искусственная вязкость**
- Подавление неустойчивости
- Малый градиент плотности
- **Масштабируемость**

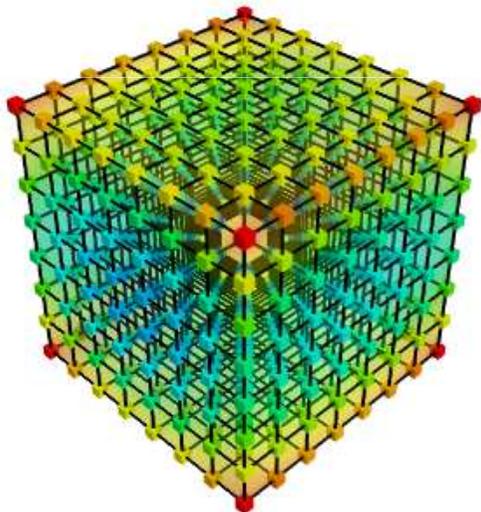
AMR методы

- **Воспроизведение разрывов**
- Отсутствие схемных параметров
- Произвольные градиенты плотности
- Слабая устойчивость методов
- Пространственная адаптация
- **Воспроизведение турбулентности**
- Ограничение разрешения сеткой
- **Проблема перехода между сетками**
- **Сеточные эффекты**
- **Проблема инвариантности**
- Ограничения по геометрии задачи
- **Масштабируемость**

Использование комбинации эйлерового и лагранжевого подходов

- Использование подвижных сеток (Apero; Springel V. 2010)
- Использование классического ALE подход (BETHÉ-Hydro; Murphy J., Burrows A. 2008)
- Раздельное вычисление изменения поля и адвективного переноса вещества на регулярных сетках (PEGAS; Куликов И.М., Лазарева Г.Г., Вшивков В.А. и др.)

Дополнительные достоинства регулярных сеток:



- отсутствие пересчёта с одной сетки на другую
- отсутствие сеточных эффектов и проблемы инвариантности за счет отдельного вычисления адвективного переноса вещества
- простота программной реализации
- потенциально бесконечная масштабируемость
- простота использования ускорителей

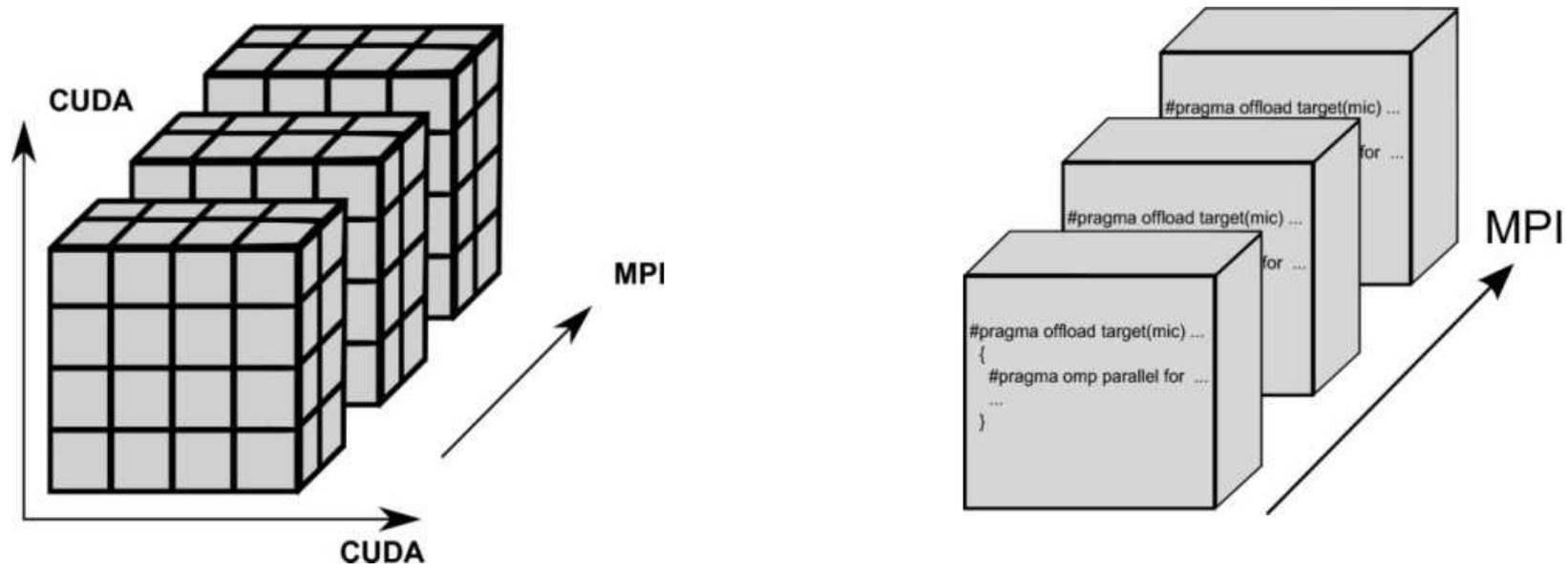
Стратегия построения параллельного алгоритма

Общая схема решаемых уравнений

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} f(\vec{u}) + \frac{\partial}{\partial y} g(\vec{u}) + \frac{\partial}{\partial z} h(\vec{u}) = q(\vec{u})$$

Общая схема численного метода (схема С.К. Годунова)

$$\frac{\vec{u}_{ikl}^{n+1} - \vec{u}_{ikl}^n}{\tau} + \frac{F_{i+1/2,kl} - F_{i-1/2,kl}}{h_x} + \frac{G_{i,k+1/2,l} - G_{i,k-1/2,l}}{h_y} + \frac{H_{ik,l+1/2} - H_{ik,l-1/2}}{h_z} = q_{ikl}$$



Комбинация метода крупных частиц и метода Годунова

Эйлеров этап

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathit{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \mathit{div}(\vec{v} \rho \vec{v}) = -\mathit{grad}(p) - \rho \mathit{grad} \Phi$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} = -\mathit{grad}(p) - \rho \mathit{grad} \Phi$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \mathit{div}(\rho E \vec{v}) = -\mathit{div}(p \vec{v}) - (\rho \mathit{grad} \Phi, \vec{v}) - Q$$

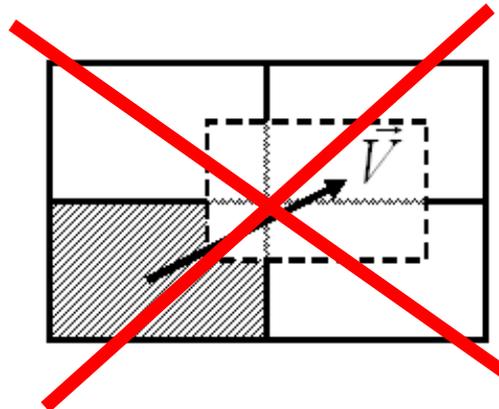
$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} = -\mathit{div}(p \vec{v}) - (\rho \mathit{grad} \Phi, \vec{v}) - Q$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \mathit{div}(\rho \varepsilon \vec{v}) = -(\gamma - 1) \rho \varepsilon \mathit{div}(\vec{v}) - Q$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} = -(\gamma - 1) \rho \varepsilon \mathit{div}(\vec{v}) - Q$$

Лагранжев этап

Адвективный перенос
газодинамических величин

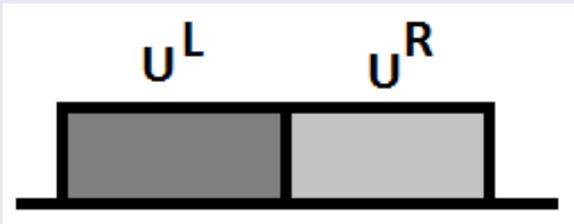


$$\frac{\partial z}{\partial t} + \mathit{div}(z \vec{v}) = 0$$

Метод Годунова для решения эйлерового этапа

$$\frac{\partial u}{\partial t} + B \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$B = R\Lambda L$$

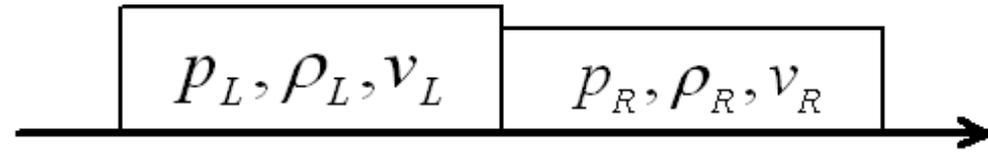


$$L \frac{\partial u}{\partial t} + LR\Lambda L \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$w = Lu \quad LR = I$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$u = Rw$$



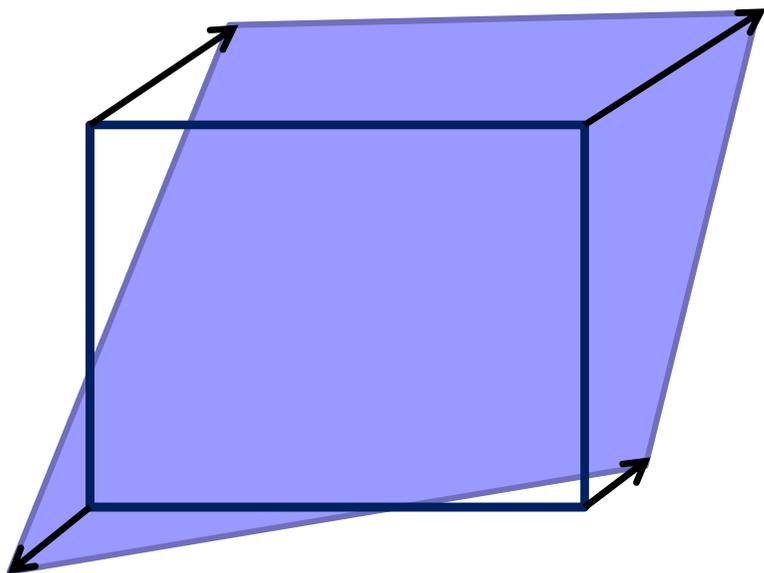
$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -(\gamma - 1) p \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$V = \frac{v_L + v_R}{2} + \frac{p_L - p_R}{2} \sqrt{\frac{\rho_L + \rho_R}{\rho_L \rho_R (\gamma - 1) (p_L + p_R)}}$$

$$P = \frac{p_L + p_R}{2} + \frac{v_L - v_R}{2} \sqrt{\frac{\rho_L \rho_R (\gamma - 1) (p_L + p_R)}{\rho_L + \rho_R}}$$

Модификация лагранжева этапа



$$\frac{\partial z}{\partial t} + \operatorname{div}(z\vec{v}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{u_{ikl}^{n+1} - u_{ikl}^n}{\tau} + \frac{F_{i+1/2,kl}^{n+1/2} - F_{i-1/2,kl}^{n+1/2}}{h} = 0$$

$$F_{i+1/2,kl}^{n+1/2} = \frac{\sum v_{i+1/2,k\pm 1,l\pm 1} \begin{cases} \rho_{ikl}, v_{i+1/2,k\pm 1,l\pm 1} \geq 0 \\ \rho_{i+1,kl}, v_{i+1/2,k\pm 1,l\pm 1} < 0 \end{cases}}{4}$$

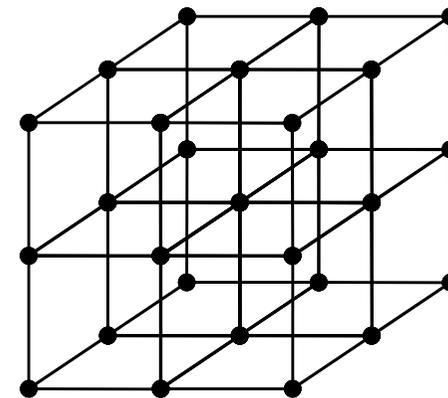
Метод решения уравнения Пуассона

Решаем в пространстве гармоник уравнение Пуассона

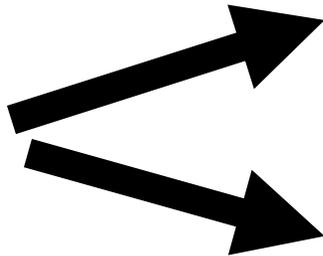
$$\varphi_{jmn} = - \frac{4\pi h^2 \rho_{jmn}}{6 \left(1 - \left(1 - \frac{2}{3} \sin^2 \left(\frac{\pi j}{I} \right) \right) \left(1 - \frac{2}{3} \sin^2 \left(\frac{\pi m}{K} \right) \right) \left(1 - \frac{2}{3} \sin^2 \left(\frac{\pi n}{L} \right) \right) \right)}$$

Коэффициенты преобразования с помощью преобразования Фурье (в реализации использовано быстрое преобразование Фурье)

27-точечный шаблон



Коррекция дисбаланса энергий

$$\rho E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho v^2}{2}$$

$$\|V\| = \sqrt{2 \left(E - \frac{1}{\rho} \frac{p}{\gamma - 1} \right)}$$
$$|\rho \varepsilon| = \left(\rho E - \frac{\rho v^2}{2} \right)$$

1. Происходит корректировка длины вектора скорости при неизменном направлении (в случае малой плотности).
2. Происходит корректировка внутренней энергии

Такая модификация метода обеспечивает справедливость
детального баланса энергий.

Верификация численного метода

- Тесты Годунова (3 теста о задаче распада разрыва)
- Тест Аксенова (новый тест с гладким аналитическим решением)
- Задача Седова о точечном взрыве
- Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца
- Неустойчивость Релея-Тейлора
- Задача получения равновесных вращающихся конфигураций
- Венгеновские задачи столкновения самогравитирующих газовых сфер
- Падение облака газа на черную дыру
- Сравнение с SPH методом на задаче сжатия не вращающегося газового облака
- Сжатие вращающегося молекулярного облака
- Сжатие быстровращающегося газового облака

Верификация метода крупных частиц для решения задач газовой динамики

Тесты Годунова



$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v})}{\partial x} = 0$$

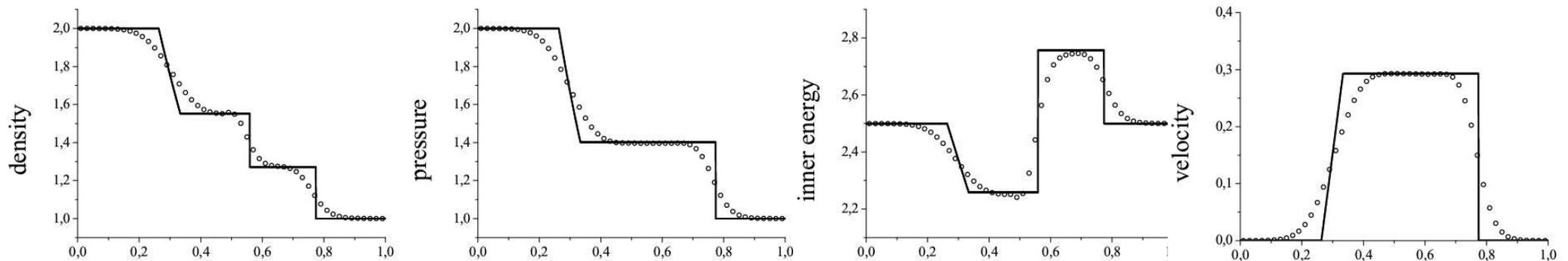
$$\frac{\partial \rho \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{v} \rho \bar{v})}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon \bar{v})}{\partial x} = -(\gamma - 1) \rho \varepsilon \frac{\partial \bar{v}}{\partial x}$$

$$p = (\gamma - 1) \rho \varepsilon$$

№	ρ_1	V_1	p_1	ρ_2	V_2	p_2	x_0	Ω	t
1	1	0.75	1	0.125	0	0.1	0.3	1	0.2
2	1	-2	0.4	1	2	0.4	0.5	1	0.15
3	1	0	1000	1	0	0.01	0.5	1	0.012

Тест №1

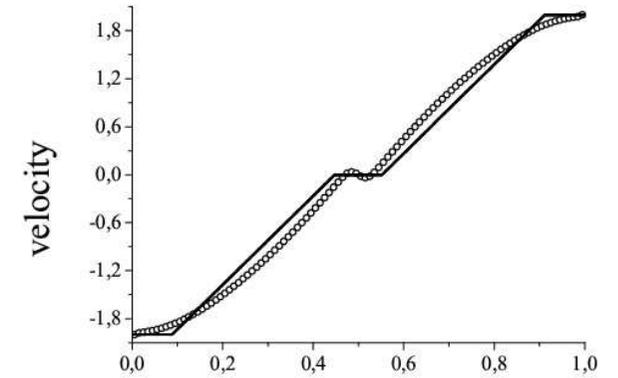
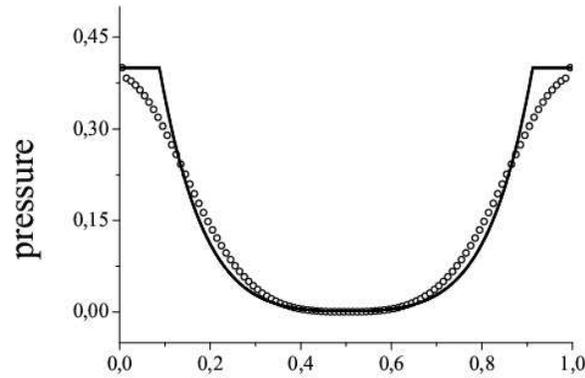
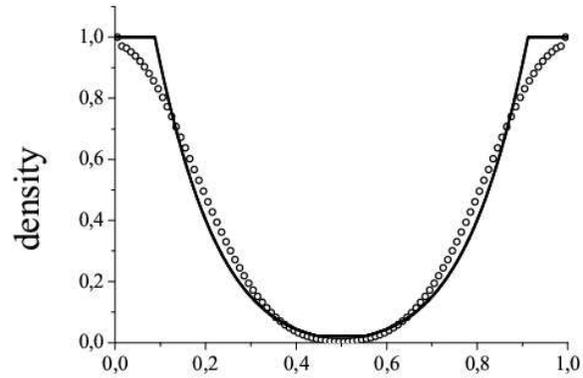


Тесты ударной трубы

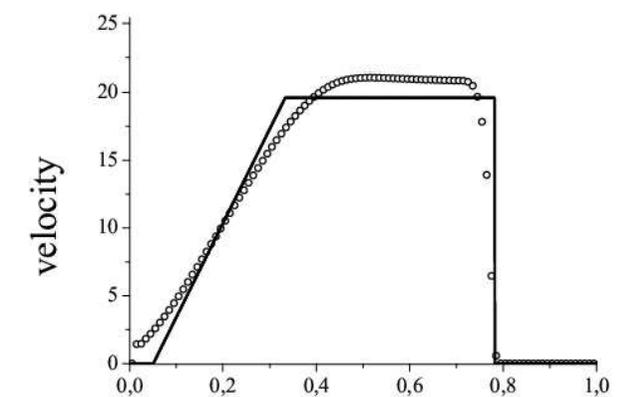
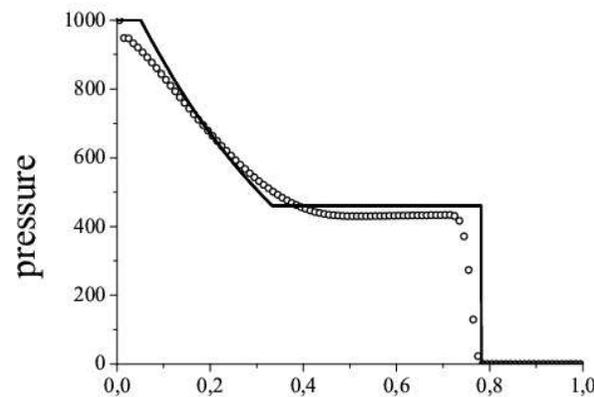
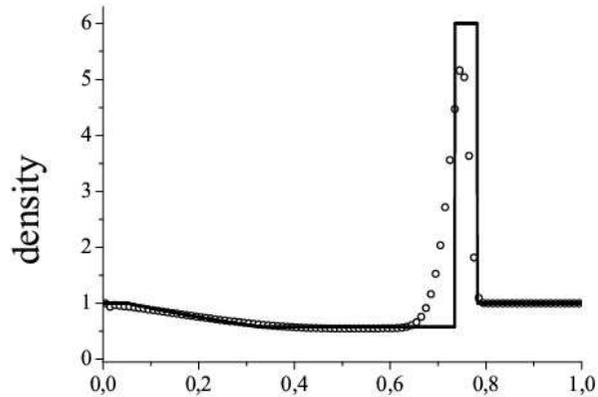
ρ_1, p_1, v_1

ρ_2, p_2, v_2

Тест №2



Тест №3



Тест Аксенова

Рассмотрим систему уравнений одномерной газовой динамики в размерном виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0$$

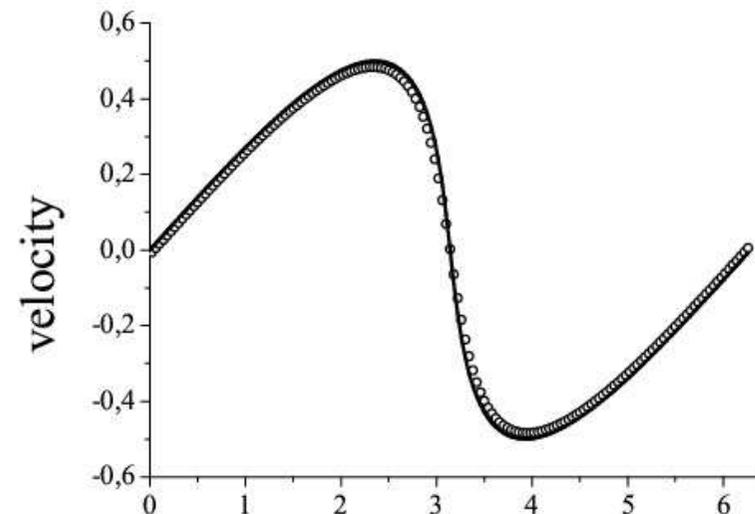
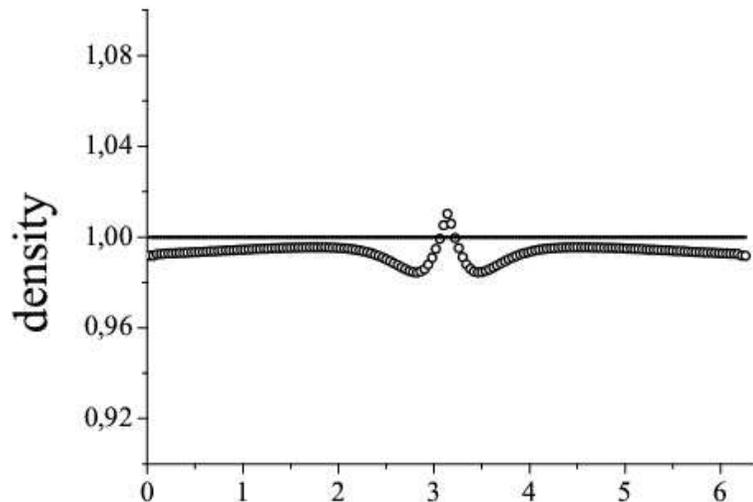
$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma$$

Выбрав в качестве размерных величин:

$$l = 1 \quad p_0 = 1 \quad \rho_0 = 1 \quad \gamma = 3$$
$$\lambda = 1/(\gamma - 1) \quad r = \rho^{1/2\lambda} \quad z = u / 2\lambda$$

Периодическое решение на интервале $[0; \pi]$ записывается в виде:

$$r = 1 + 0.5 \cos(x - zt) \cos(rt)$$
$$z = 0.5 \sin(x - zt) \sin(rt)$$



Тест Седова

$$\gamma = \frac{5}{3}$$

$$\alpha = 0.49$$

$$\rho_0 = 1$$

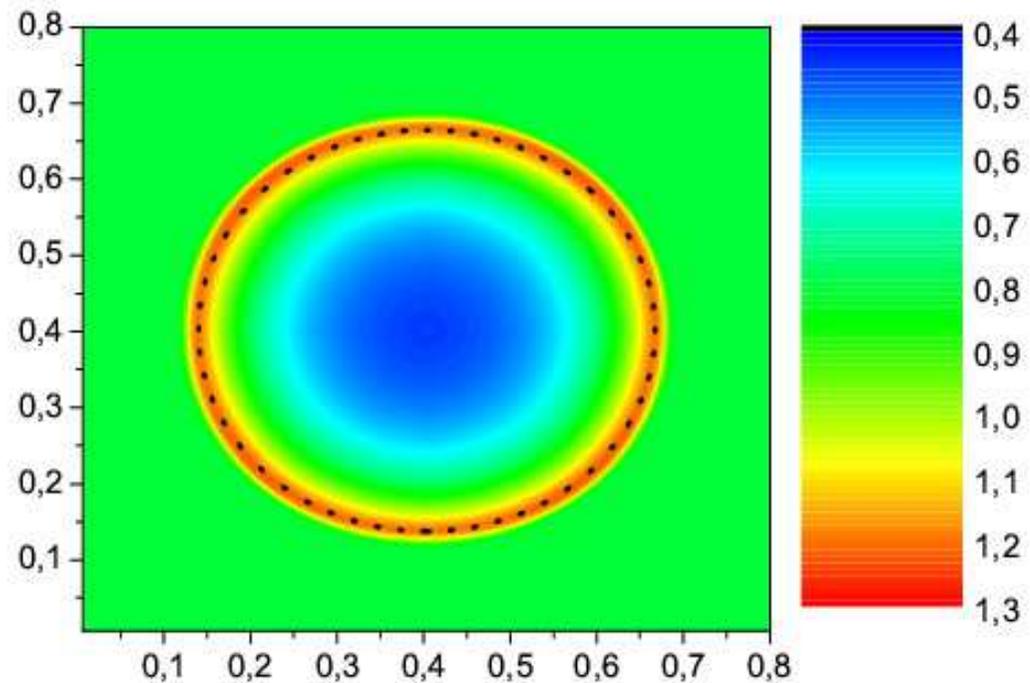
$$p_0 = 10^{-5}$$

$$E_{\odot} = 10^5$$

$$t = 0.1$$

$$r(t) = \left(\frac{E_{\odot}}{\alpha \rho_0} \right)^{1/5} t^{2/5}$$

Плотность



Неустойчивость Релея-Тейлора

$$[-0.5; 0.5]^2$$

$$\gamma = 1.4$$

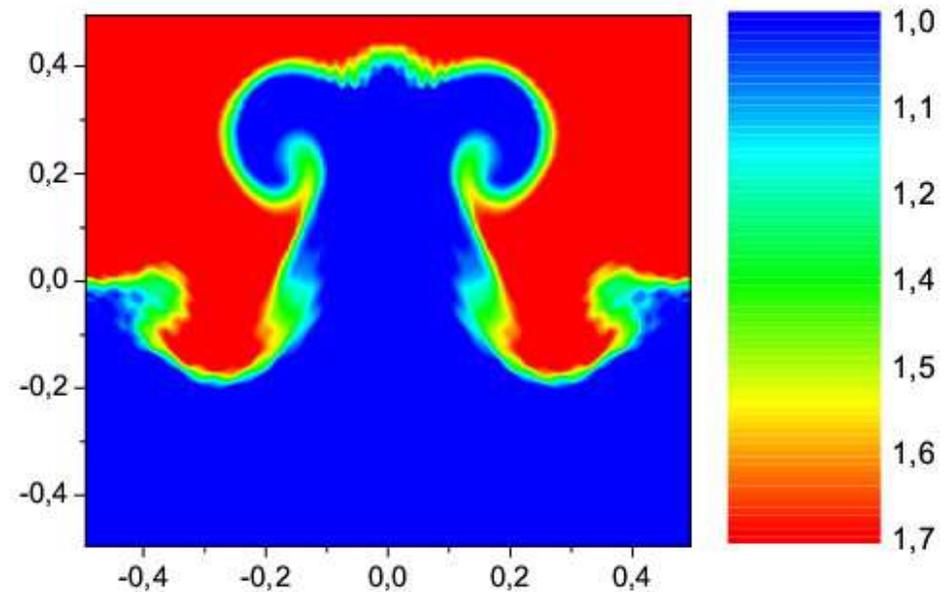
$$\rho = \begin{cases} 1, & y < 0 \\ 2, & y \geq 0 \end{cases}$$

$$p = 2.5 - \rho g y$$

$$v_{y,0}(x) = A(y) [1 + \cos(2\pi x)] [1 + \cos(2\pi y)]$$

$$A(y) = \begin{cases} 10^{-2}, & |y| < 10^{-2} \\ 0, & y \geq 0.01 \end{cases}$$

Плотность



Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца

$$[-0.5; 0.5]^2$$

$$\gamma = 1.4$$

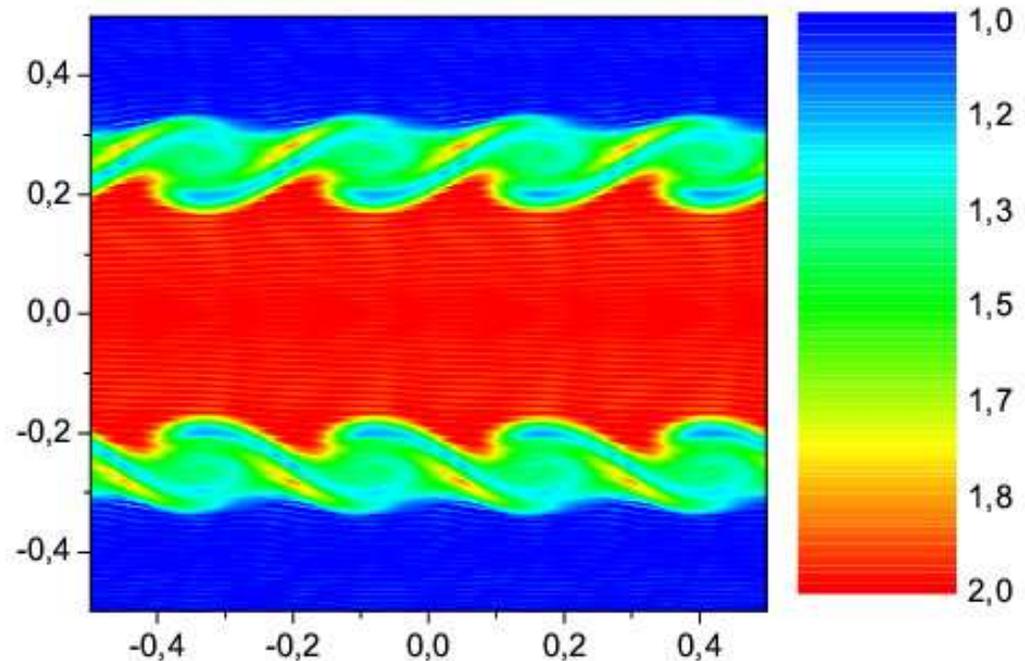
$$\rho = \begin{cases} 1, & |y| > 0.25 \\ 2, & |y| \leq 0.25 \end{cases}$$

$$v_x = \begin{cases} +0.5, & |y| > 0.25 \\ -0.5, & |y| \leq 0.25 \end{cases}$$

$$p = 2.5$$

$$v_{y,0}(x) = A(y) [1 + \cos(8\pi x)] [1 + \cos(8\pi y)]$$

$$A(y) = \begin{cases} 10^{-2}, & \left| |y| - 0.25 \right| < 10^{-2} \\ 0, & \left| |y| - 0.25 \right| \geq 10^{-2} \end{cases}$$



Плотность

Равновесные конфигурации вращающегося самогравитирующего газа (*)

Начальное распределение:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dr} = -\frac{M(r)\rho}{r^2} \\ \frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho \\ p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon \end{cases}$$

Уравнение Эмдена:

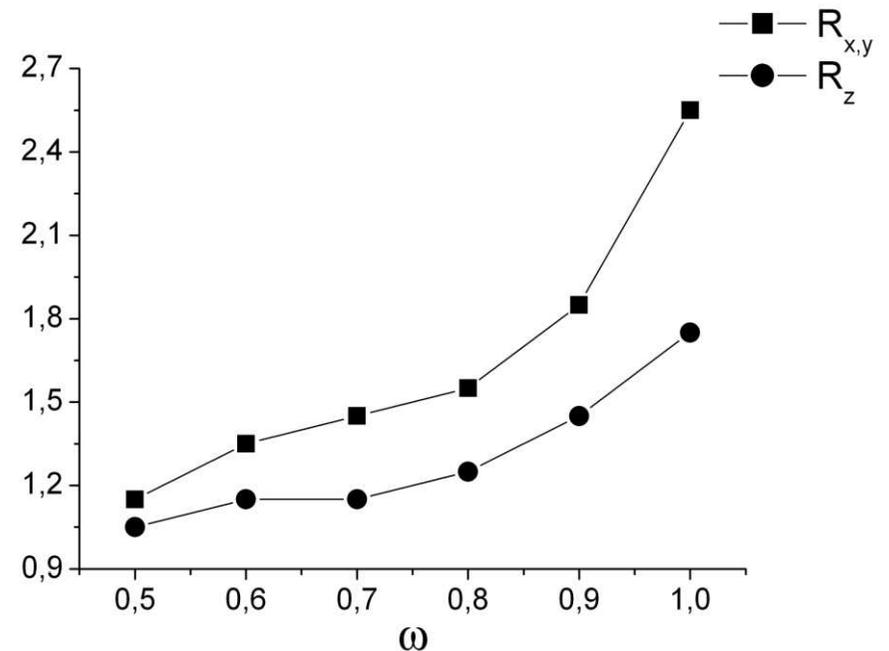
$$-\frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{\rho} \frac{d\rho^\gamma}{dr} \right) = 4\pi r^2 \rho$$

Автомодельное решение для скорости:

$$v_r(r, t) = \frac{r}{t - c}$$

* Вшивков В.А., Куликов И.М. Трёхмерное моделирование самогравитирующего газа // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО, Т. 55, 2008, стр. 70-79

$$0 < \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \omega^2 r^2 d\Omega < 0.4 \left| \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \Phi d\Omega \right|$$



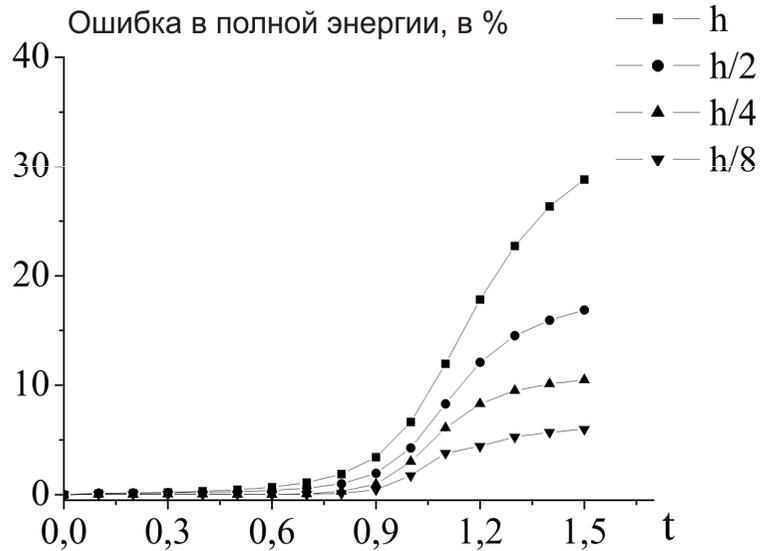
Зависимость радиусов эллипса от w

$$r_x(w) = 2.35 \cdot 10^{-3} \exp\left(\frac{w}{0.15736}\right) + 1.18171$$

$$r_z(w) = 2.52 \cdot 10^{-3} \exp\left(\frac{w}{0.17686}\right) + 1.03146$$

Задачи коллапса астрофизических объектов

Сжатие не вращающегося газового облака (сравнение с SPH [1])



[1] Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I. Supercomputer Simulation of an Astrophysical Object Collapse by the Fluids-in-Cell Method // LNCS. 2009. Vol. 5698. P.414--422.

[2] Petrov M.I., Berczik P.P. Simulation of the Gravitational Collapse and Fragmentation of Rotating Molecular Clouds // Astronomische Nachrichten. 2005. Vol. 326. P. 505--513.

[3] Ardeljan N.V., Bisnovatyi-Kogan G.S., Moiseenko S.G. An Implicit Lagrangian Code for the Treatment of Nonstationary Problems in Rotating Astrophysical Bodies // Astronomy & Astrophysics. 1996. Vol. 115. P. 573--594.

Сжатие вращающегося молекулярного облака [2]

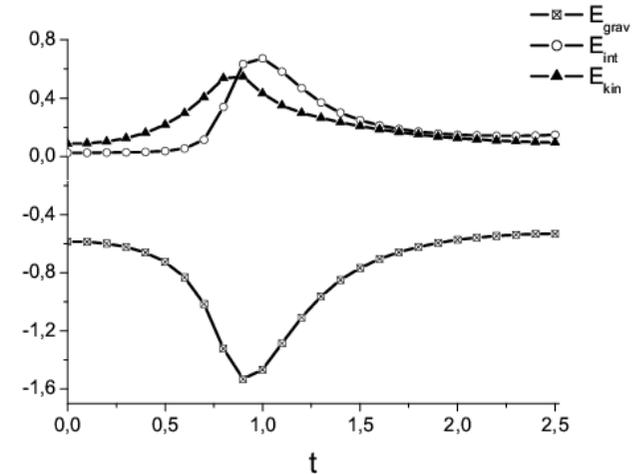
$$M = 10^7 M_{\odot}$$

$$R = 100 \text{ pc}$$

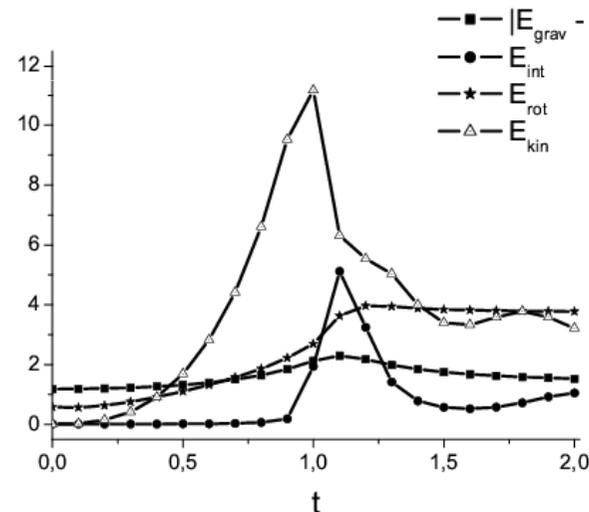
$$\rho(r) \sim 1/r$$

$$c = 3.8 \text{ km/sec}$$

$$\Omega_0 = 21 \text{ km/sec}$$



Сжатие быстровращающегося газового облака [3]



$$M = 3.457 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$R = 3.81 \times 10^{14} \text{ m}$$

$$\rho(r) \sim 1$$

$$p = 0.1548 \times 10^{-10} \text{ H/m}^2$$

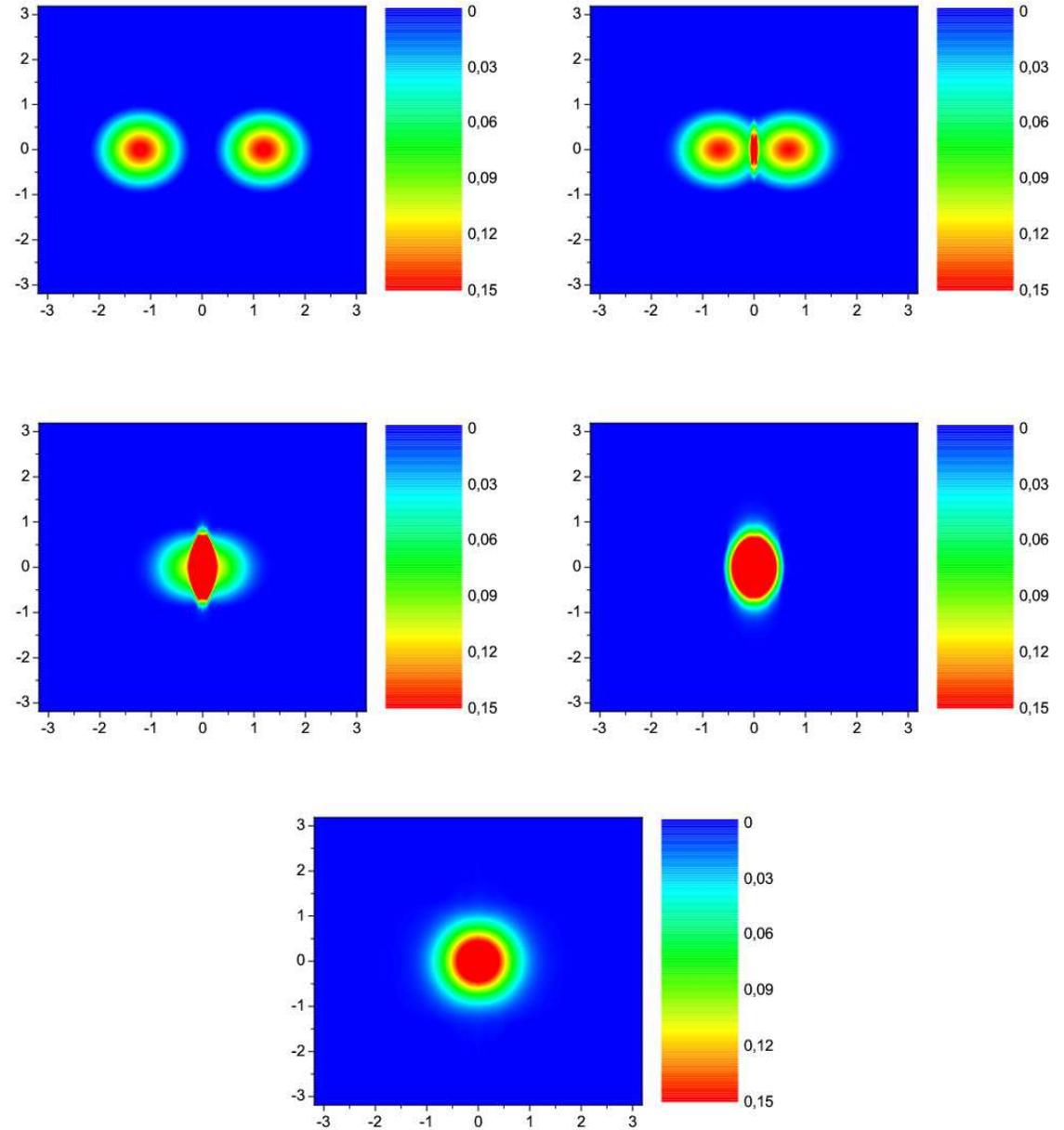
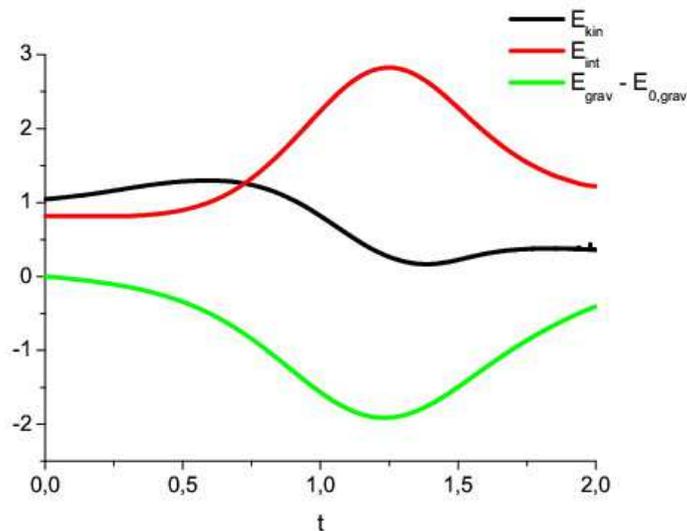
$$\Omega_0 = 2.008 \text{ rad/sec}$$

Венгеновская задача №1

Начальное распределение

$$\begin{cases} \frac{dp}{dr} = -\frac{M(r)\rho}{r^2} \\ \frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho \\ p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon \end{cases}$$

Поведение энергий



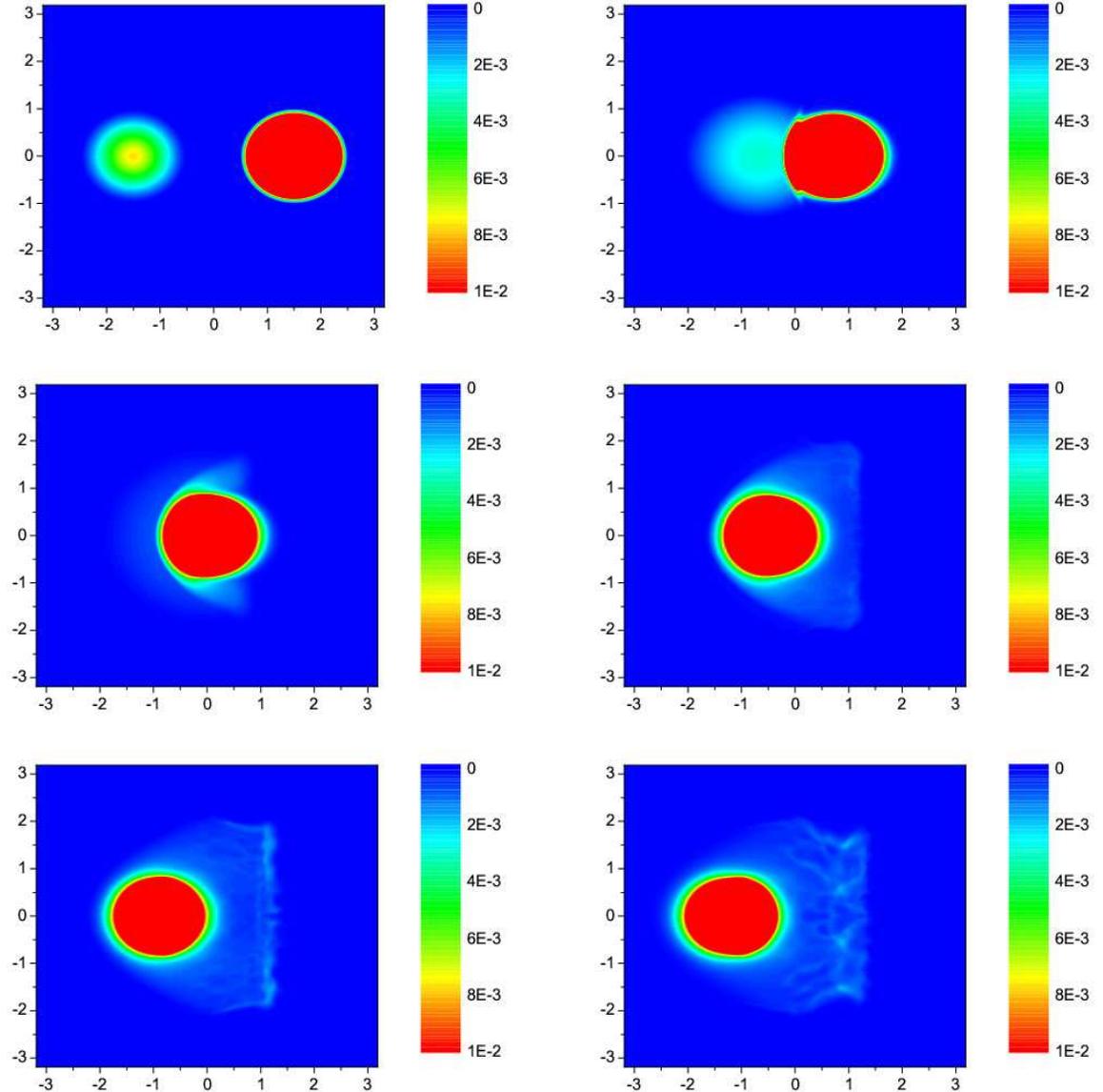
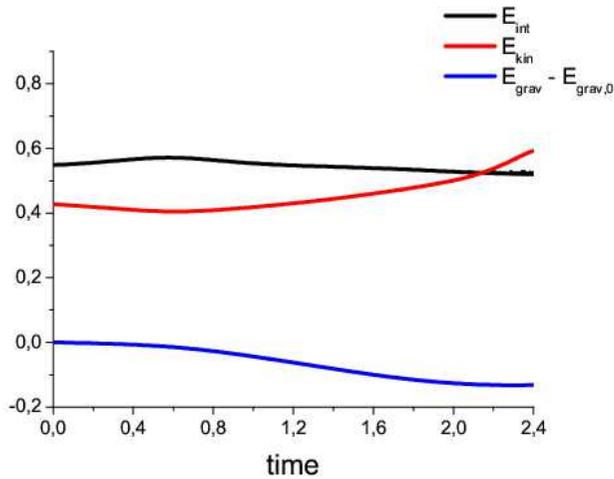
Венгеновская задача №2

Начальное распределение

$$\begin{cases} \frac{dp}{dr} = -\frac{M(r)\rho}{r^2} \\ \frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho \\ p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon \end{cases}$$

$$M_1 = 20M_2$$

Поведение энергий



Падение облака газа G2 на черную дыру Sgr A*



Cloud Data

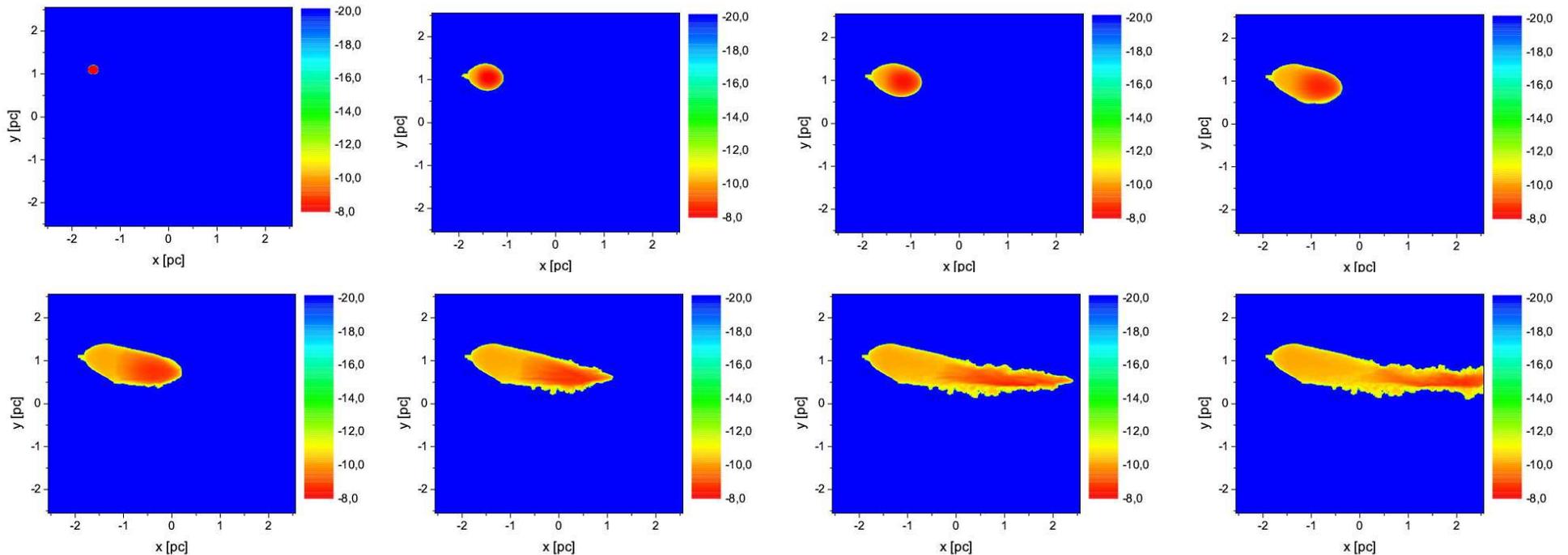
Cloud Density	$6.212 \times 10^{-19} \text{ g cm}^{-3}$
Cloud Radius	$1.87 \times 10^{15} \text{ cm}$
Initial Position on the x-Axis	$-7.22 \times 10^{16} \text{ cm}$
Initial Position on the y-Axis	$2.21 \times 10^{16} \text{ cm}$
Initial x-Velocity	$7.9459175 \times 10^7 \text{ cm s}^{-1}$
Initial y-Velocity	$4.844975 \times 10^6 \text{ cm s}^{-1}$

$$M_{G2} \approx 10^{-4} M_{\odot}$$

$$M_{SgrA^*} \approx 10^6 M_{\odot}$$

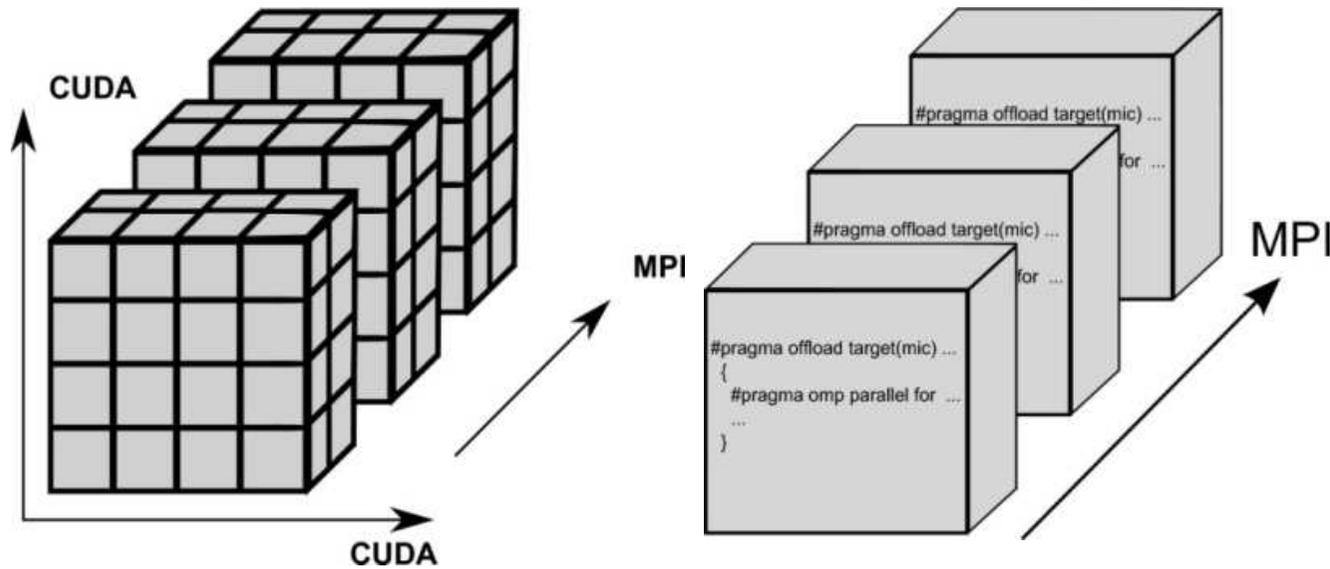
Black Hole Data

Black Hole Mass	$4.31 \times 10^6 \text{ Solar Masses}$
Schwarzschild Radius R_s	$1.27 \times 10^{12} \text{ cm}$

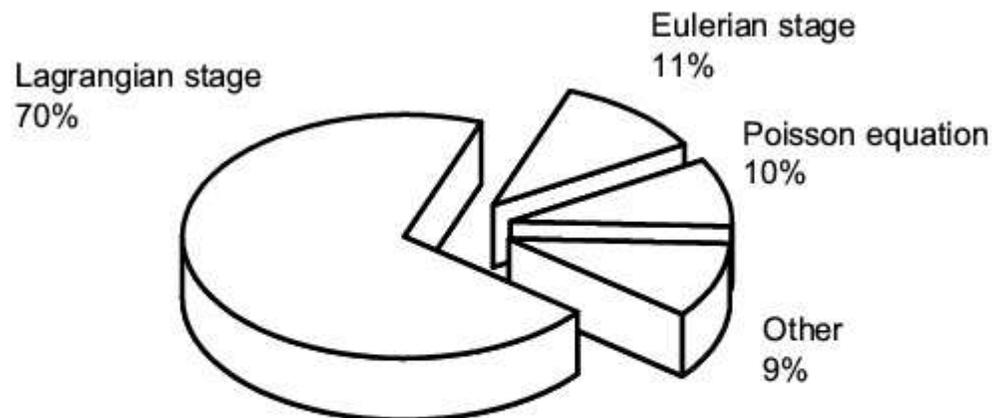
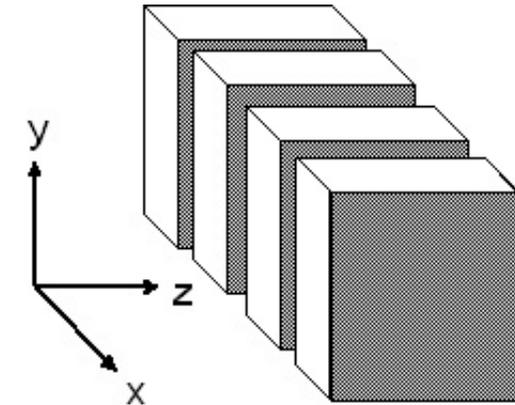


Геометрическая декомпозиция расчетной области

Гидродинамические уравнения



Уравнение Пуассона (FFTW)



Масштабируемость параллельной реализации

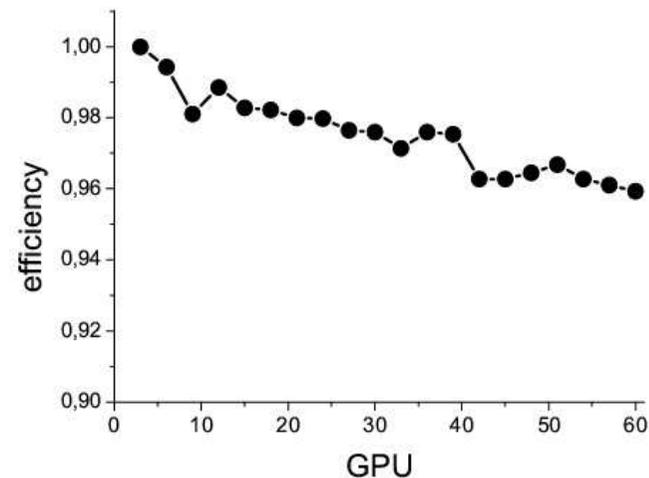
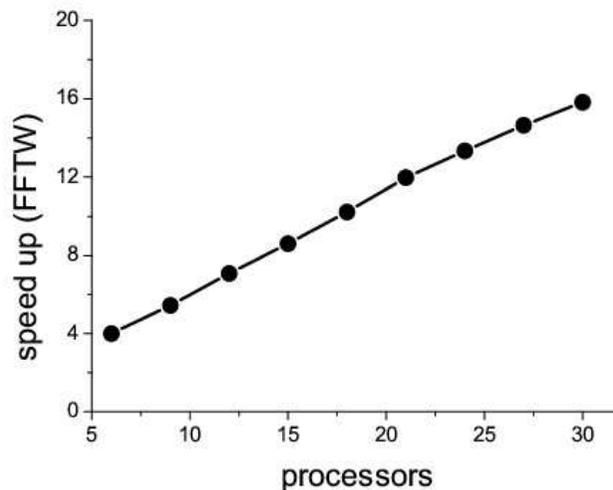
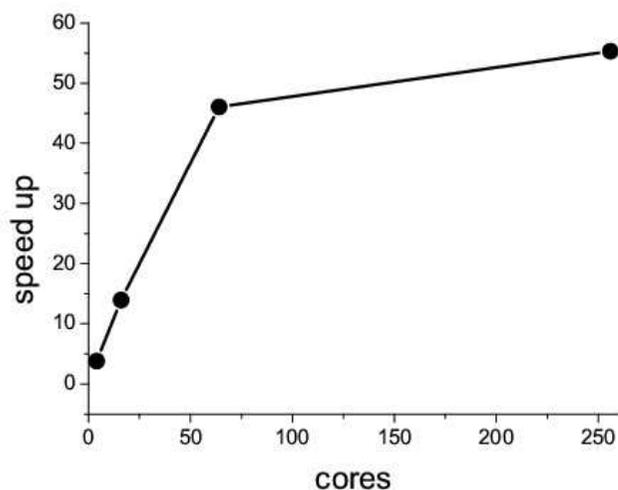
Сильная масштабируемость (ускорение в рамках одного ускорителя) – уменьшение времени счета одного шага одной и той же задачи при использовании большего числа вычислительных устройств

Слабая масштабируемость (эффективность при использовании множества ускорителей) – сохранения времени счета одного шага одного и того же объема задачи при одновременном увеличении количества вычислительных устройств

Масштабируемость параллельной реализации

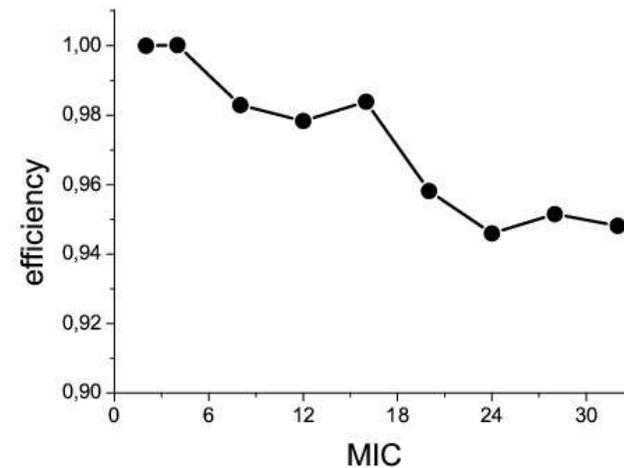
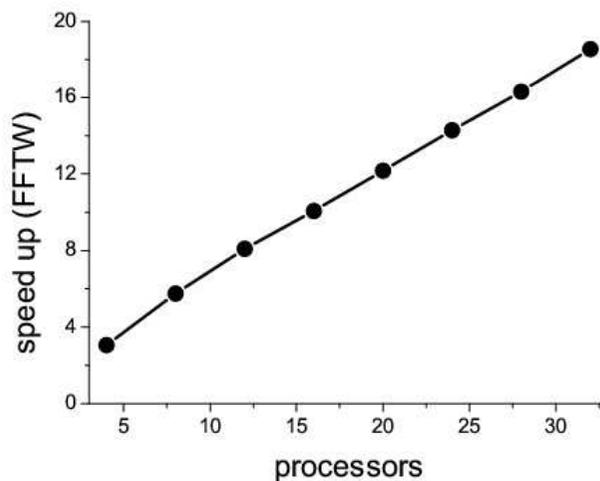
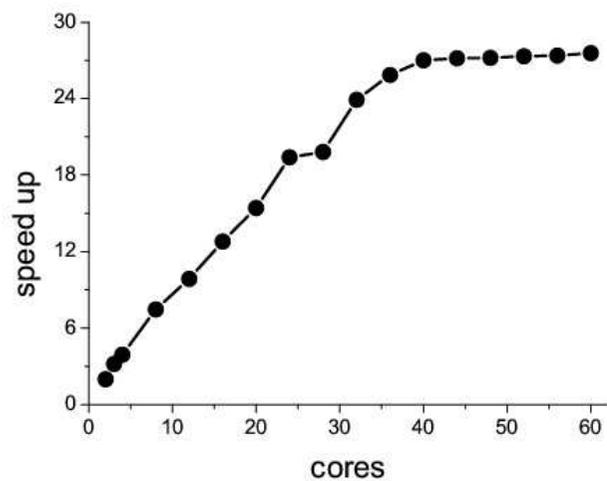
GPUPEGAS

Код GAMER (12-кратное ускорение и 70% эффективность)



AstroPhi

Сравнение не проведено (из-за отсутствия аналогичных кодов)



Постановка задачи

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{v} \rho \vec{v}) = -\operatorname{grad}(p) - \rho \operatorname{grad}(\Phi + \Phi_0)$$

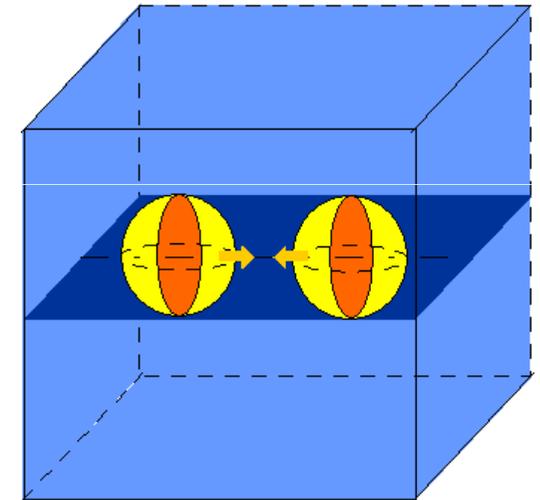
$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho E \vec{v}) = -\operatorname{div}(p \vec{v}) - (\rho \operatorname{grad}(\Phi + \Phi_0), \vec{v}) - Q$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \varepsilon \vec{v}) = -(\gamma - 1) \rho \varepsilon \operatorname{div}(\vec{v}) - Q$$

$$p = \rho \varepsilon (\gamma - 1)$$

$$\Delta \Phi = 4\pi \rho$$

Область решения и начальное распределение



- Газ (50% массы)
- Звездный компонент (50% массы)

Бесстолкновительная компонента: аналитически

Область: кубическая

Координаты: трёхмерные декартовы

Расчётная сетка: равномерная эйлеровая

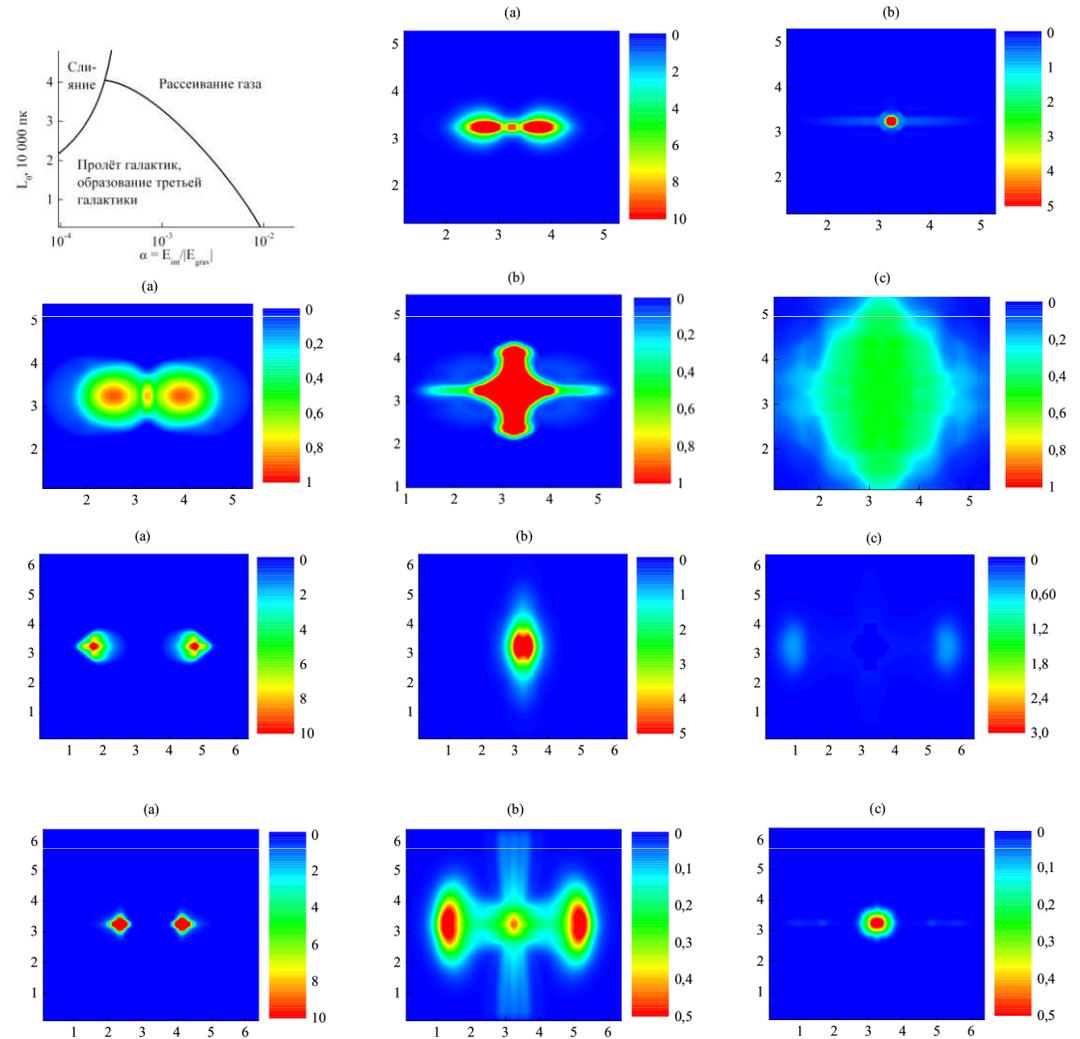
Краевые условия газодинамической системы уравнений: Однородные краевые условия 2го рода

Краевые условия для уравнения Пуассона: Фундаментальное решение уравнения Лапласа

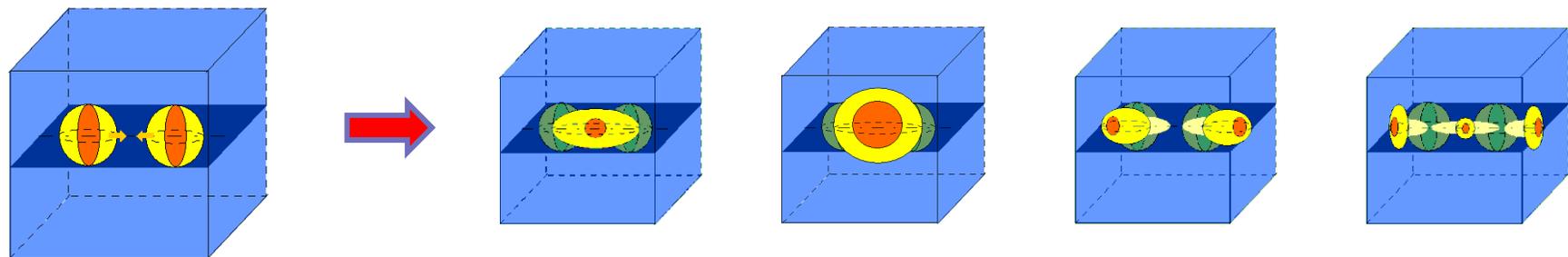
$$\frac{|E_{grav}|}{E_{kin}} \approx 0.1$$

Центральное столкновение галактик

Вычислительные эксперименты с помощью суперЭВМ позволили подтвердить гипотезу об образовании одной или двух галактик, полученных в результате столкновений, либо полное разрушение галактик и получить условия развития каждого из сценариев столкновения. Важнейшим же результатом моделирования стало получение условий и развитие нового сценария образования третьей галактики, лишённой звёздной компоненты. В дальнейшем тщательное теоретическое исследование механизмов центрального столкновения газовых компонент галактик подтвердили условия и сам факт сценария образования третьей галактики.

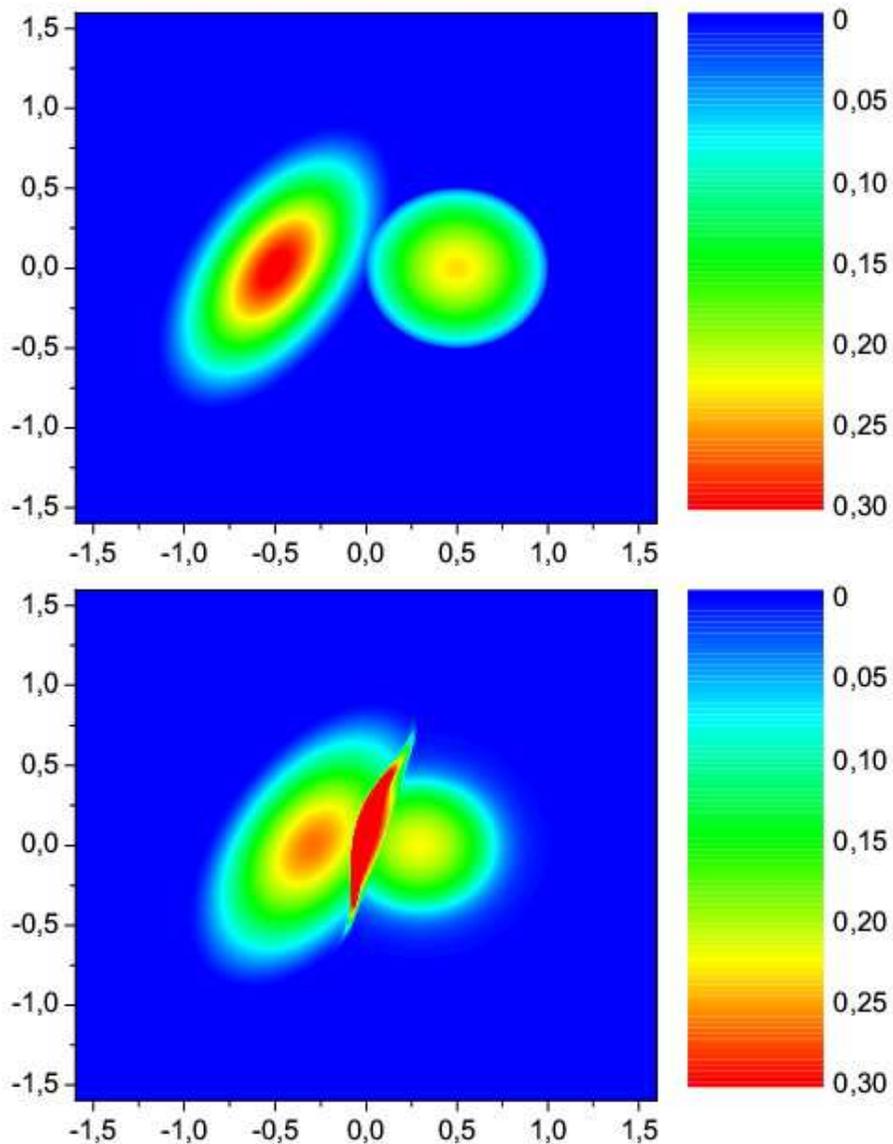


1. Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I., Tutukov A. *ApJS*, 194. 2011, 47
2. Тутуков А.В., Лазарева Г.Г., Куликов И.М. *Астрономический журнал*, том 88, № 9. 2011, с. 1-15



«Тонкие» детали столкновения галактик

«Всплеск» при ударе галактик



«Всплеск» при ударе астероида



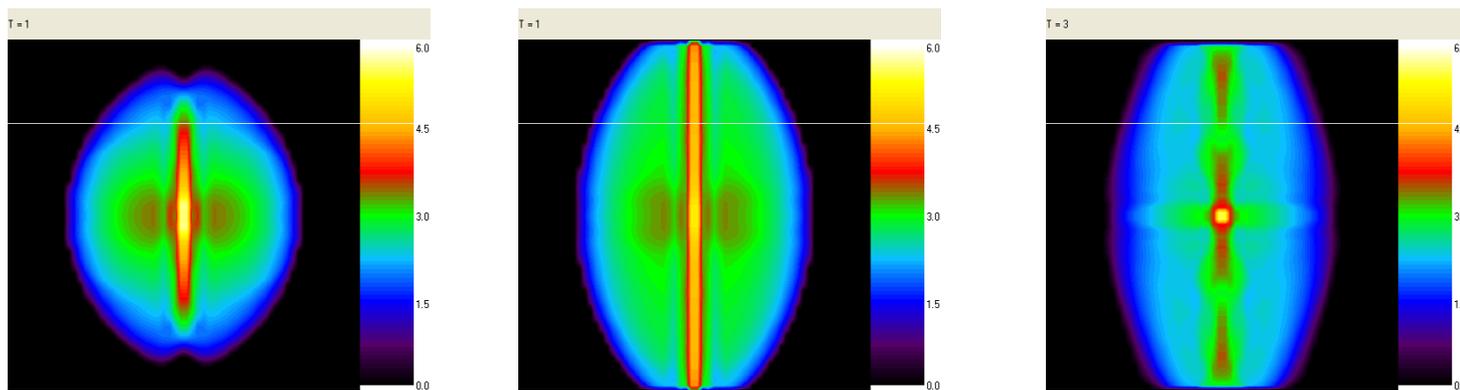
Решенная задача

- Расчётная сетка $1024 \times 1024 \times 1024$
- Использование 96 GPU
- Шагов по времени 10^5

Образование кольцевой галактики

«... Они появляются при специфическом столкновении, когда одна из галактик «вторженец» проходит точно через диск второй «цель» ...».

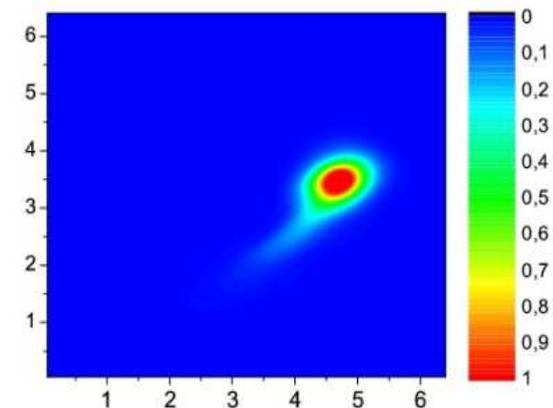
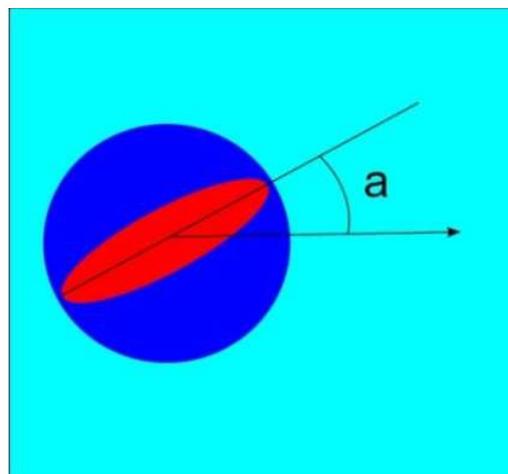
Smith R., 2013



Развитие сценария слияния галактик



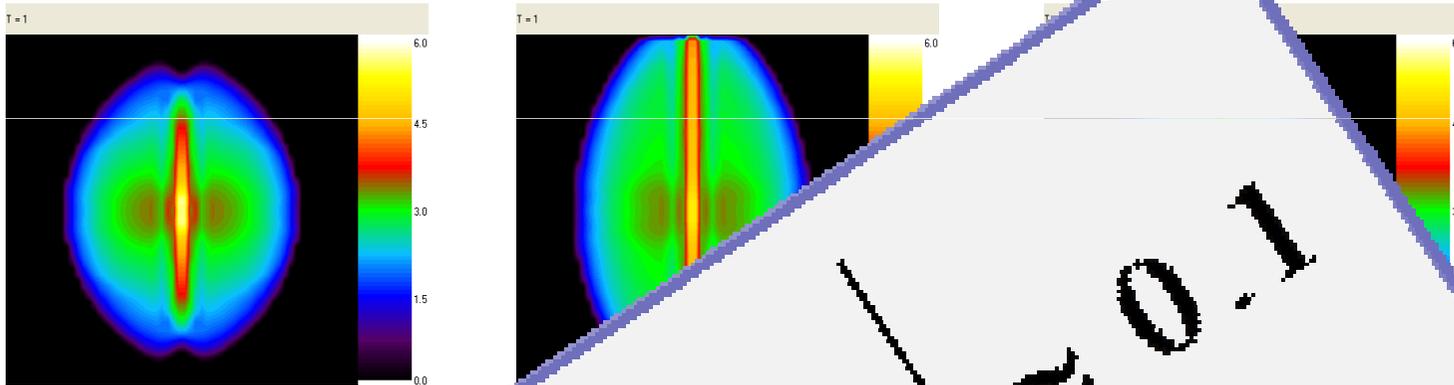
Моделирование хвостов галактик



Образование кольцевой галактики

«... Они появляются при специфическом столкновении, когда одна из галактик «вторженец» проходит точно через диск второй «цель» ...».

Smith R., 2013

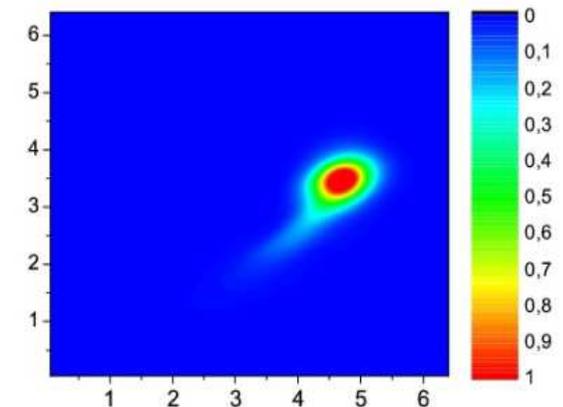
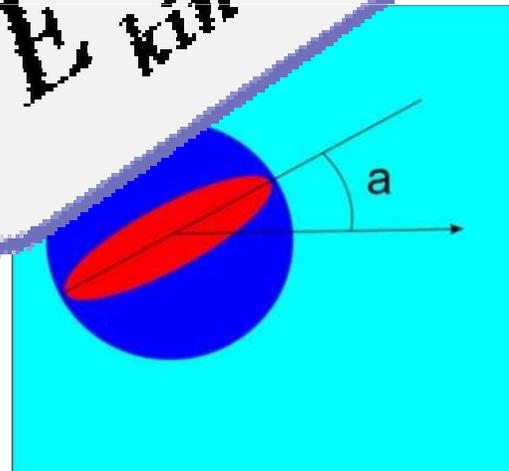


Развити

$E_{grav} \approx 20.1$
 E_{kin}



Мо... галактик



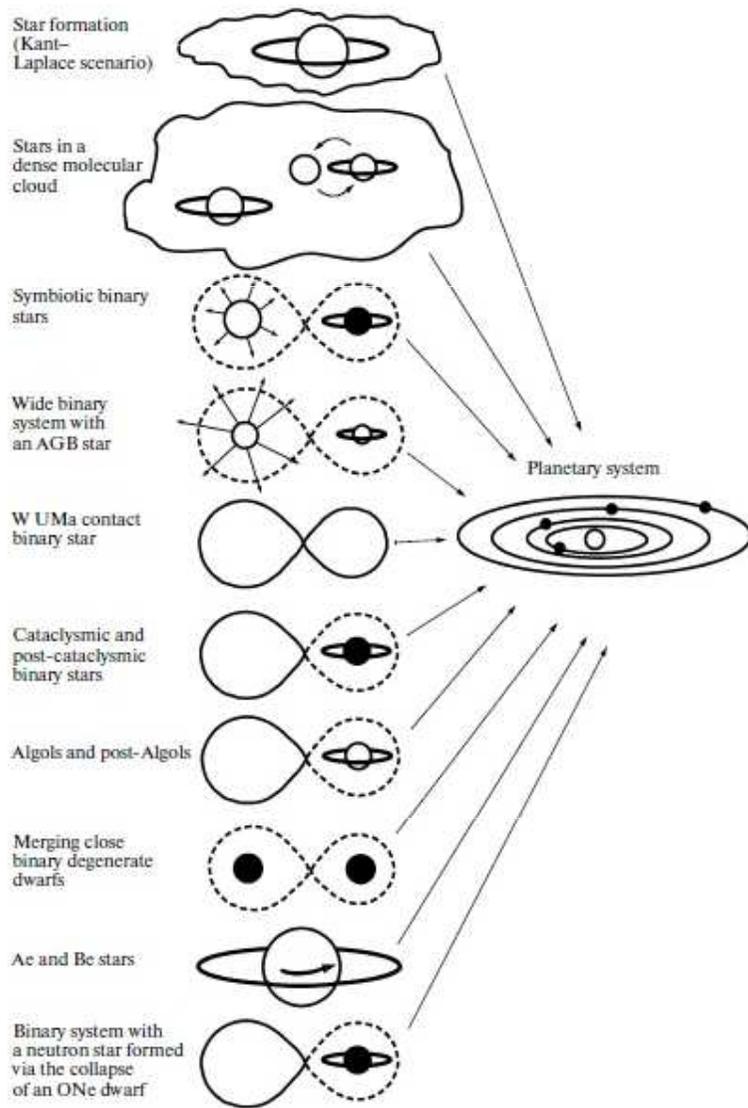
**Необходимо введение
полноценной модели
бесстолкновительной
компоненты для
моделирования звезд и
темной материи**

Моделирование бесстолкновительной компоненты

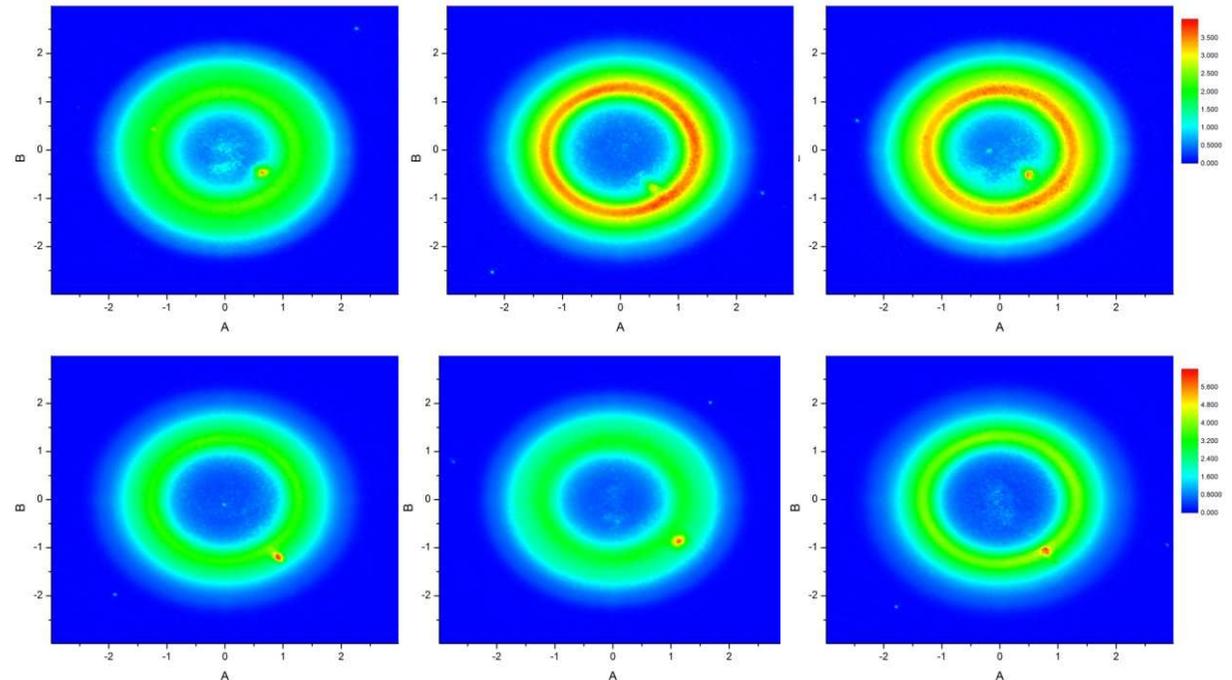
■ Решение задачи N-тел

- *Прямое моделирование ограничено 10^7 частиц для современных суперкомпьютеров (даже при использовании специальных ускорителей GRAPE)*
- *Использование комбинации «частица-сетка-дерево» для упрощения решения задачи N-тел (проблема корректного выбора ядра, необходимость минимального количества частиц в ячейке)*
- *Необходимость балансировки загрузки при использовании суперЭВМ (неравномерная распределение частиц по области)*

Моделирование планетных систем*



Модель газопылевого диска в 3D2V постановке (Вшивков, Снытников 2002)



- Важно движение отдельных частиц
- Малая средняя скорость движения среды
- Численная модель: частицы (PIC) + газ

(* Tutukov, Fedorova 2013)

Модель бесстолкновительной компоненты

Решение задачи N-тел

- Прямое моделирование ограничено 10^7 частиц для суперЭВМ
 - Проблема корректного выбора ядра и необходимость минимального количества частиц в ячейке в комбинации «частица-сетка-дерево» методах для упрощения решения задачи N-тел
 - Необходимость балансировки загрузки при использовании суперЭВМ
-

Подход сплошной среды

- Газовая динамика с нулевым давлением (Chertock, Kurganov, Rykov, 2007; Kerpen, Van Marle, Meliani 2012)
- Классическая газовая динамика (Kim, Seo 2012; Price 2013; все работы, основанные на SPH методе)
- **Первые моменты уравнения Больцмана** (Mitchell, Vorobyov, Hensler 2013; Samland et al. 1997; Vorobyov, Theis 2006, 2008; Binney, Tremaine 1987)

Недостаток гидродинамического подхода

- **Вопрос применимости подхода в каждой конкретной задаче**

Первые моменты уравнения Больцмана*

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + a_i \frac{\partial f}{\partial v_i} = 0$$

$$d^3 v = dv_x dv_y dv_z$$

$$\rho = \int m f d^3 v$$

$$u = \rho^{-1} \int m f v d^3 v$$

$$\sigma_{ij}^2 = \rho^{-1} \int m f (v_i - u_i)(v_j - u_j) d^3 v = \sigma_{ji}^2$$

Математические вопросы и приложения:

Козлов В.В. 2007 (МИАН РАН)

Медведев С.Б. 2009 (ИВТ СО РАН)

Современные проблемы динамики разреженных газов 2013 (ИТП СО РАН)

Использование в астрофизических задачах:

Mitchell N., Vorobyov E., Hensler G. Collisionless stellar hydrodynamics as an efficient alternative to N-body methods // MNRAS, V. 428, I. 3, 2012, pp. 2674-2687

Первые моменты уравнения Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + a_i \frac{\partial f}{\partial v_i} = 0$$

$$d^3v = dv_x dv_y dv_z$$

$$n = \int m f d^3v$$

$$u = n^{-1} \int m f v d^3v$$

$$\sigma_{ij}^2 = n^{-1} \int m f (v_i - u_i)(v_j - u_j) d^3v = \sigma_{ji}^2$$

- Важно движения кластера, а не отдельной частицы
- Отсутствуют теплопроводные эффекты (свойство почти всех астрофизических задач)
- Дисперсия скоростей значительно меньше квадрата скорости

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(n\vec{u}) = 0$$

$$\frac{\partial n\vec{u}}{\partial t} + \text{div}(\vec{u}n\vec{u}) = -\text{grad}(n\sigma^2) - \rho \text{grad}(\Phi_{gas} + \Phi_{\odot})$$

$$\frac{\partial nE_{ij}}{\partial t} + \text{div}(nE_{ij}\vec{u}) = -\text{div}(2n\sigma_{ij}^2\vec{u}) - 2(n\vec{u}, \text{grad}(\Phi_{gas} + \Phi_{\odot}))$$

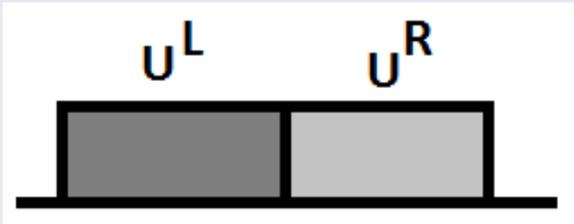
$$nE_{ij} = n\sigma_{ij}^2 + \rho u_i u_j$$

$$\Delta(\Phi_{gas} + \Phi_{\odot}) = 4\pi(\rho + n)$$

Метод Годунова для решения эйлерового этапа

$$\frac{\partial u}{\partial t} + B \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$B = R\Lambda L$$



$$L \frac{\partial u}{\partial t} + LR\Lambda L \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$w = Lu \quad LR = I$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$u = Rw$$

Используемый метод был реализован для решения уравнений бесстолкновительной газовой динамики с полным тензором дисперсии скоростей (vs. диагональный FLASH)

$$U_x = \frac{u_x^L + u_x^R}{2} + \frac{p_{xx}^L - p_{xx}^R}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{3\rho p_{xx}}} \right]$$

$$U_y = \frac{u_y^L + u_y^R}{2} + \frac{p_{xy}^L - p_{xy}^R}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{\rho p_{xx}}} \right] + \frac{p_{xx}^L - p_{xx}^R}{2} \left[\frac{p_{xy}(1-\sqrt{3})}{p_{xx}\sqrt{3\rho p_{xx}}} \right]$$

$$U_z = \frac{u_z^L + u_z^R}{2} + \frac{p_{xz}^L - p_{xz}^R}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{\rho p_{xx}}} \right] + \frac{p_{xx}^L - p_{xx}^R}{2} \left[\frac{p_{xz}(1-\sqrt{3})}{p_{xx}\sqrt{3\rho p_{xx}}} \right]$$

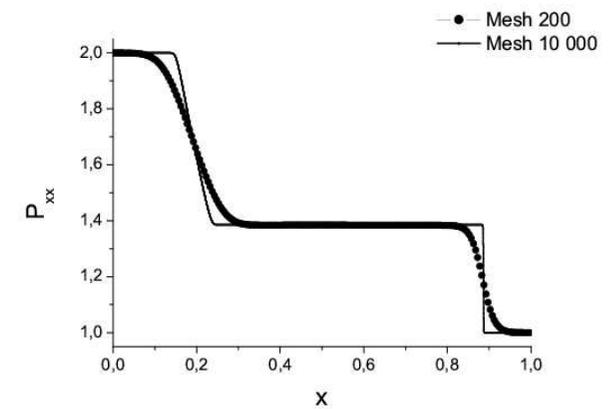
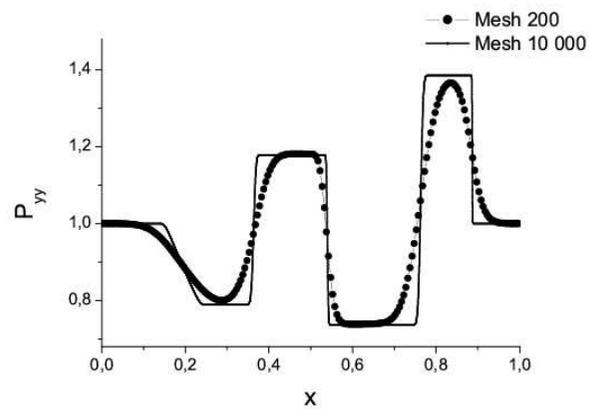
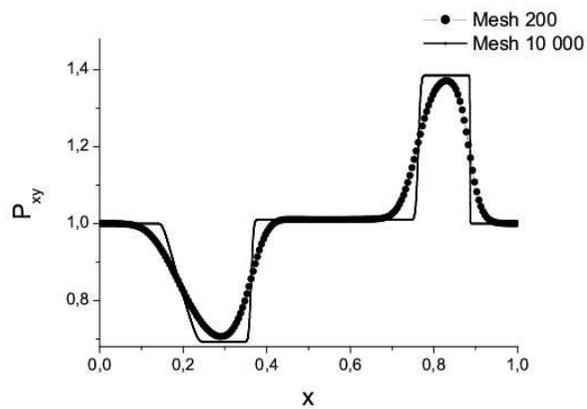
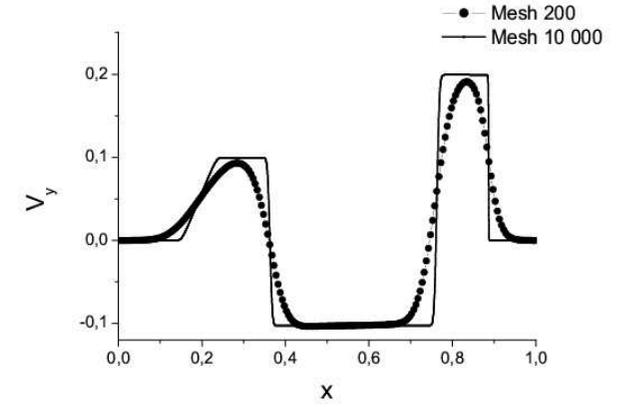
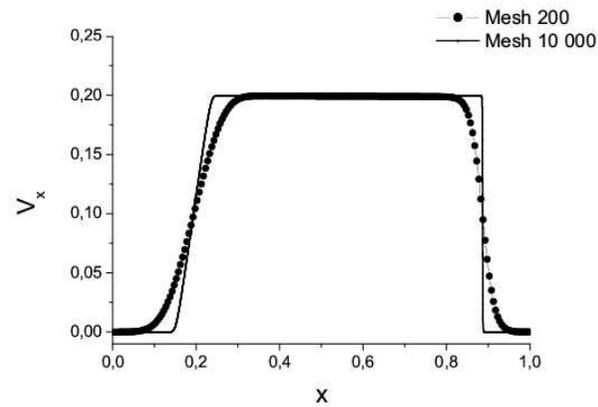
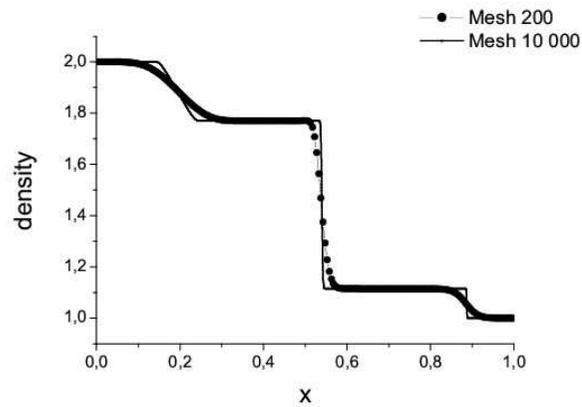
$$P_{xx} = \frac{p_{xx}^L + p_{xx}^R}{2} + \frac{u_x^L - u_x^R}{2} \left[\sqrt{3\rho p_{xx}} \right]$$

$$P_{xy} = \frac{p_{xy}^L + p_{xy}^R}{2} + \frac{u_y^L - u_y^R}{2} \left[\sqrt{\rho p_{xx}} \right] + \frac{u_x^L - u_x^R}{2} \left[\frac{p_{xy}\rho(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{\rho p_{xx}}} \right]$$

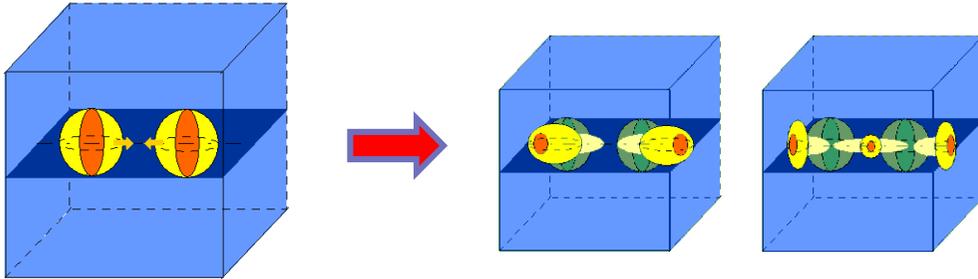
$$P_{xz} = \frac{p_{xz}^L + p_{xz}^R}{2} + \frac{u_z^L - u_z^R}{2} \left[\sqrt{\rho p_{xx}} \right] + \frac{u_x^L - u_x^R}{2} \left[\frac{p_{xz}\rho(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{\rho p_{xx}}} \right]$$

Верификация численного метода

$$\left[\rho, \pi_{xx}, \pi_{xy}, \pi_{xz}, \pi_{yy}, \pi_{yz}, \pi_{zz}, v_x, v_y, v_z \right] = \begin{cases} [2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0], & x < 0.5 \\ [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0], & x \geq 0.5 \end{cases}$$

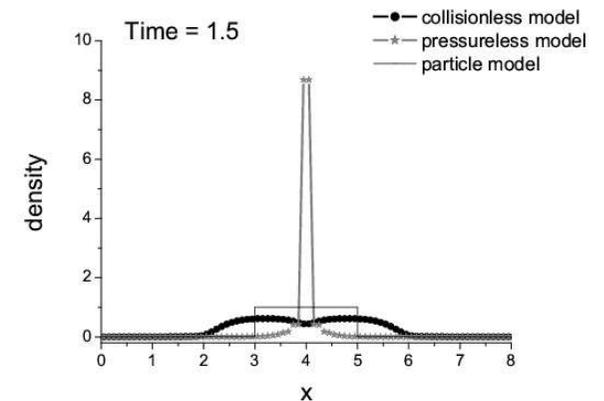
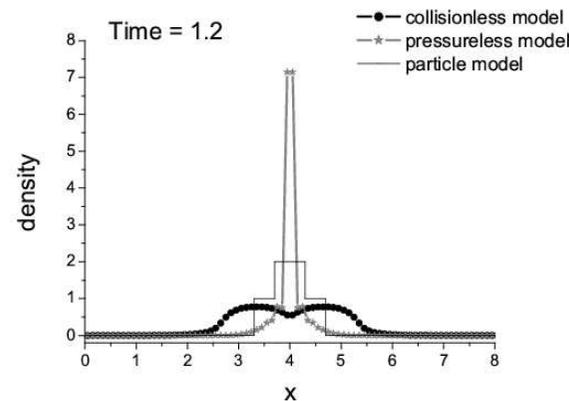
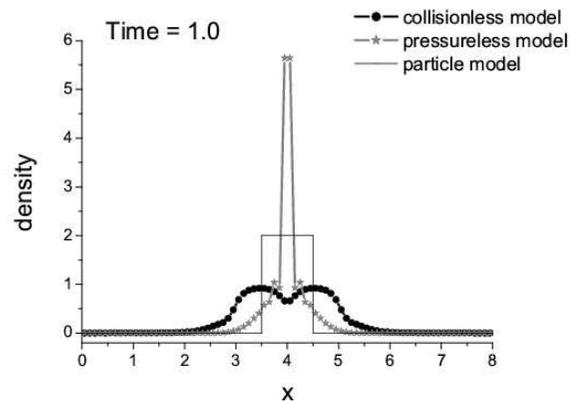
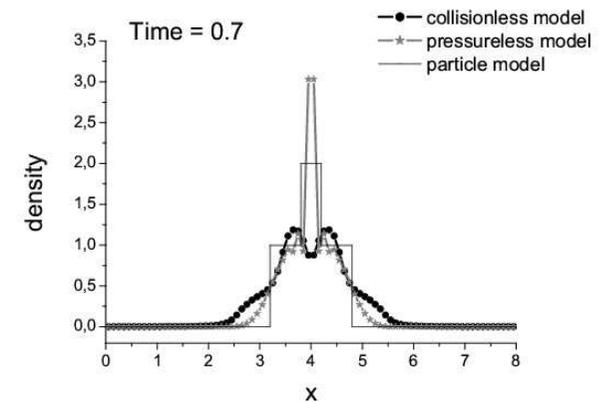
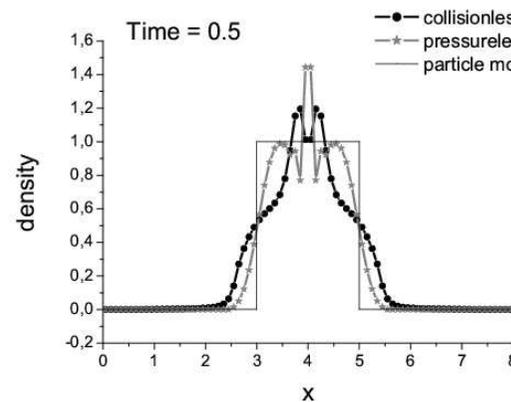
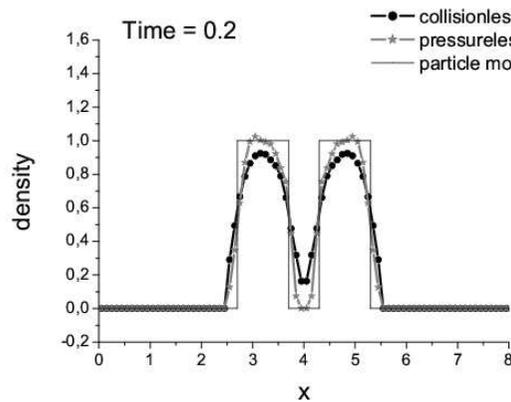


Одномерное столкновение двух волн (задача LeVeque, 2004)

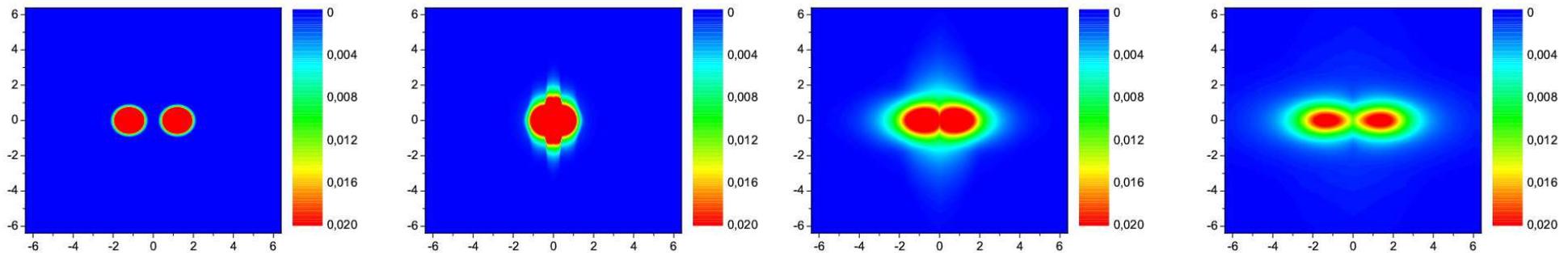
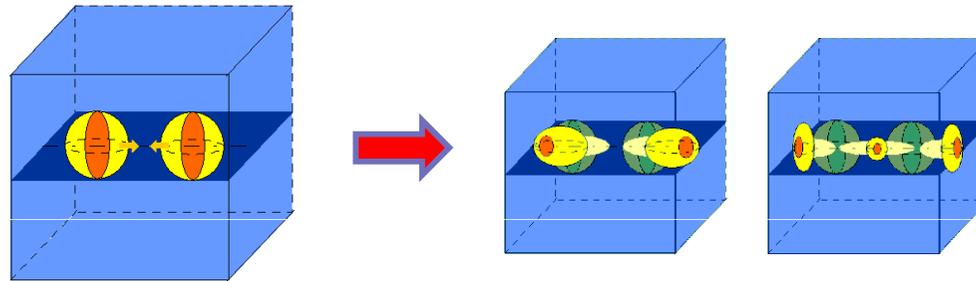


Сравниваемые модели:

- Pressureless газ (решение LeVeque 2004)
- Collisionless газ (первые моменты Больцмана)
- Частицы (аналитическая модель)



Сценарий разлета двух сталкивающихся галактик (полная двухфазная модель)



Модель первых моментов уравнения Больцмана позволяет получать качественные решения, допускающие разлет самогравитирующих сфер. Что позволяет использовать данный подход для описания бесстолкновительной компоненты галактик в задачах их взаимодействия (в том числе столкновения).

1. Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I., Tutukov A. ApJS, 194. 2011, 47
2. Тутуков А.В., Лазарева Г.Г., Куликов И.М. *Астрономический журнал*, том 88, № 9. 2011, с. 1-15

Магнитное поле в рукавах галактики M51

Магнитное поле играет большую роль в динамике галактик:

- Галактики замагничены
- Магнитное поле составляет ~ 10 мкГ
- Магнитное поле играет большую роль в процессе звездообразования

Conclusions

To understand star formation in disk galaxies and circumnuclear starbursts:

~~Stars form from Gas~~

~~Stars form from Molecular Gas~~

Stars form from Magnetically Supercritical Molecular Gas at $A_V > 10$

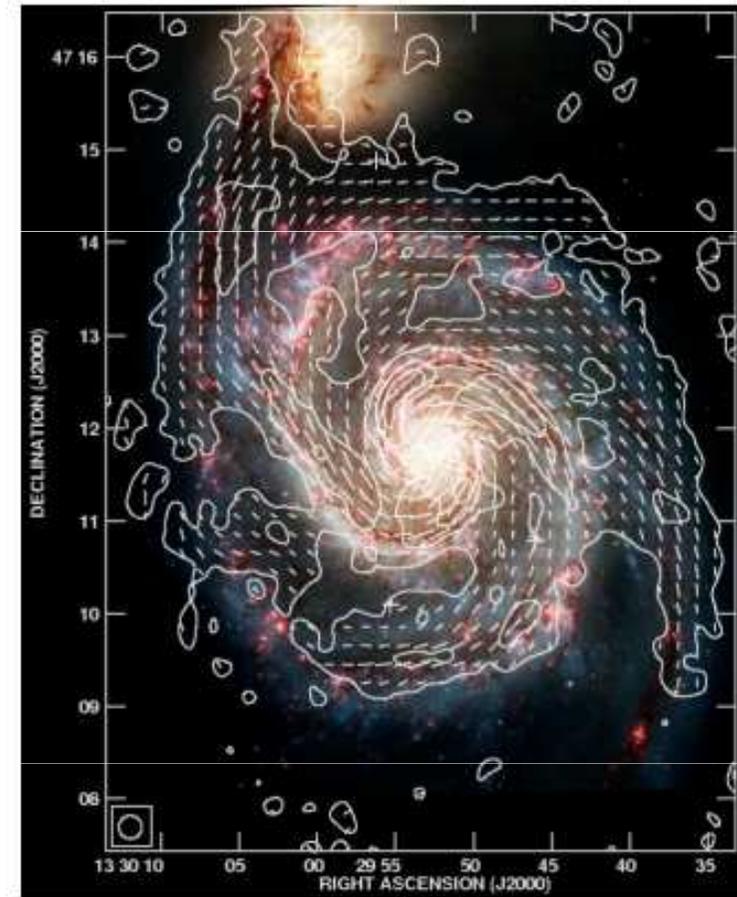
Star formation is slow: $\epsilon_{\text{ff}} \sim 0.01-0.05$ from n_{H} up to $\sim 10^5 \text{cm}^{-3}$, perhaps due to turbulence or magnetic support

Star formation is localized in \sim -parsec-sized star clusters but knows about the global dynamical timescale of the disk

Star formation triggered by converging flows in galactic-shear-driven GMC collisions can explain these local and global features

Maybe a single, self-similar model of a star-forming, self-regulated ($Q \sim 1$) disk can explain both disk galaxies and circumnuclear starbursts

Progress requires detailed comparison of detailed theoretical/numerical models with uniform & unbiased observational surveys



Fletcher et al., 2011

Модель гравитационной магнитной газовой динамики

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{v} \rho \vec{v} - \mathbf{B} \mathbf{B}) = -\operatorname{grad}(\mathbf{p}) - \rho \operatorname{grad}(\Phi)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho E \vec{v} - \mathbf{B}(\mathbf{B}, \vec{v})) = -\operatorname{div}(\mathbf{p} \vec{v}) - (\rho \operatorname{grad}(\Phi), \vec{v})$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \varepsilon \vec{v}) = -(\gamma - 1) \rho \varepsilon \operatorname{div}(\vec{v})$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{v} \mathbf{B} - \mathbf{B} \vec{v}) = 0$$

$$\mathbf{p} = \frac{\rho \varepsilon}{(\gamma - 1)} + \frac{\mathbf{B} \mathbf{B}}{2}$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{B}) = 0$$

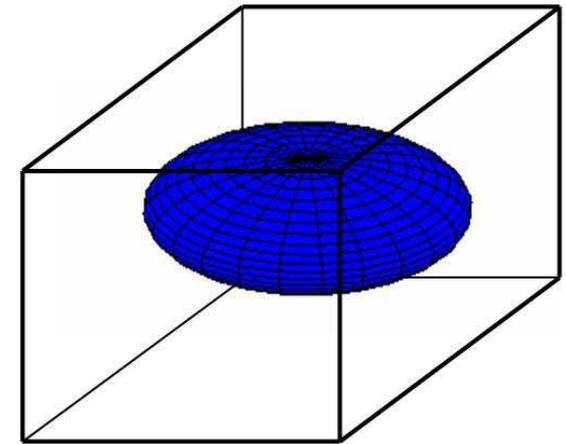
$$\Delta \Phi = 4\pi \rho$$

Область: кубическая

Координаты: декартовые

Сетка: равномерная эйлеровая

Область решения и начальное распределение



$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \operatorname{rot}(\mathbf{E}) = 0$$

$$\mathbf{E} = -\vec{v} \times \mathbf{B}$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{B}) = 0$$

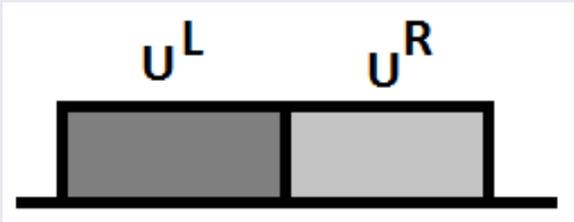
Краевые условия системы уравнений МГД: Однородные краевые условия 2го рода

Краевые условия для уравнения Пуассона: Фундаментальное решение уравнения Лапласа

Метод Годунова для решения эйлерового этапа

$$\frac{\partial u}{\partial t} + B \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$B = R\Lambda L$$



$$L \frac{\partial u}{\partial t} + LR\Lambda L \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$w = Lu \quad LR = I$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$u = Rw$$

Используемый метод был реализован для решения уравнений магнитной газовой динамики

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x^2 - B_x^2)}{\partial x} = -\frac{\partial p^*}{\partial x}$$

$$\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_y v_x - B_y B_x)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_z v_x - B_z B_x)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(p v_x)}{\partial x} = -(\gamma - 1) p \frac{\partial v_x}{\partial x}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} + \frac{\partial(B_y v_x - B_x v_y)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} + \frac{\partial(B_z v_x - B_x v_z)}{\partial x} = 0$$

Метод Годунова для решения эйлерового этапа

$$V_x = \frac{v_x^L + v_x^R}{2} + \frac{B_y^L - B_y^R}{2} \left[\frac{\beta_y \alpha_s \alpha_f (c_f - c_s)}{c \sqrt{\rho}} \right] + \frac{B_z^L - B_z^R}{2} \left[\frac{\beta_z \alpha_s \alpha_f (c_f - c_s)}{c \sqrt{\rho}} \right] + \frac{p^L - p^R}{2} \left[\frac{\alpha_f^2 c_f + \alpha_s^2 c_s}{\rho c^2} \right]$$

$$V_y = \frac{v_y^L + v_y^R}{2} + \frac{B_y^L - B_y^R}{2} \left[\text{sign}(B_x) \frac{\beta_y^2 - 1}{\sqrt{\rho}} - \text{sign}(B_x) \frac{\beta_y^2 (c_f \alpha_f^2 + c_s \alpha_s^2)}{c \sqrt{\rho}} \right] + \frac{B_z^L - B_z^R}{2} \left[\frac{\beta_y \beta_z \text{sign}(B_x)}{\sqrt{\rho}} - \frac{\beta_y \beta_z \text{sign}(B_x) (c_f \alpha_f^2 + c_s \alpha_s^2)}{c \sqrt{\rho}} \right] + \frac{p^L - p^R}{2} \left[\frac{\alpha_f \alpha_s \beta_y \text{sign}(B_x) (c_f - c_s)}{c^2 \rho} \right]$$

$$V_z = \frac{v_z^L + v_z^R}{2} + \frac{B_y^L - B_y^R}{2} \left[\frac{\beta_y \beta_z \text{sign}(B_x)}{\sqrt{\rho}} - \frac{\beta_y \beta_z \text{sign}(B_x) (c_s \alpha_s^2 + c_f \alpha_f^2)}{c \sqrt{\rho}} \right] + \frac{B_z^L - B_z^R}{2} \left[\text{sign}(B_x) \frac{\beta_z^2 - 1}{\sqrt{\rho}} - \text{sign}(B_x) \frac{\beta_z^2 (c_s \alpha_s^2 + c_f \alpha_f^2)}{c \sqrt{\rho}} \right] + \frac{p^L - p^R}{2} \left[\frac{\alpha_f \alpha_s \beta_z \text{sign}(B_x) (c_f - c_s)}{c^2 \rho} \right]$$

$$B_y = \frac{B_y^L + B_y^R}{2} + \frac{v_x^L - v_x^R}{2} \left[\frac{\alpha_f \alpha_s \sqrt{\rho} \beta_y (c_f - c_s)}{c} \right] + \frac{v_y^L - v_y^R}{2} \left[\text{sign}(B_x) \sqrt{\rho} (\beta_y^2 - 1) - \frac{\sqrt{\rho} \beta_y^2 \text{sign}(B_x)}{c} (c_s \alpha_s^2 + c_f \alpha_f^2) \right] + \frac{v_z^L - v_z^R}{2} \left[\sqrt{\rho} \beta_y \beta_z \text{sign}(B_x) \left(1 - \frac{c_s \alpha_s^2 + c_f \alpha_f^2}{c} \right) \right]$$

$$B_z = \frac{B_z^L + B_z^R}{2} + \frac{v_x^L - v_x^R}{2} \left[\frac{\alpha_f \alpha_s \sqrt{\rho} \beta_z (c_f - c_s)}{c} \right] + \frac{v_y^L - v_y^R}{2} \left[\sqrt{\rho} \beta_y \beta_z \text{sign}(B_x) \left(1 - \frac{c_s \alpha_s^2 + c_f \alpha_f^2}{c} \right) \right] + \frac{v_z^L - v_z^R}{2} \left[\text{sign}(B_x) \sqrt{\rho} (\beta_z^2 - 1) - \frac{\sqrt{\rho} \beta_z^2 \text{sign}(B_x)}{c} (c_s \alpha_s^2 + c_f \alpha_f^2) \right]$$

$$P = \frac{p^L + p^R}{2} + \frac{v_x^L - v_x^R}{2} \left[\rho (c_f - \alpha_s^2 (c_f - c_s)) \right] + \frac{v_y^L - v_y^R}{2} \left[\text{sign}(B_x) \rho \alpha_s \alpha_f \beta_y (c_f - c_s) \right] + \frac{v_z^L - v_z^R}{2} \left[\text{sign}(B_x) \rho \alpha_s \alpha_f \beta_z (c_f - c_s) \right]$$

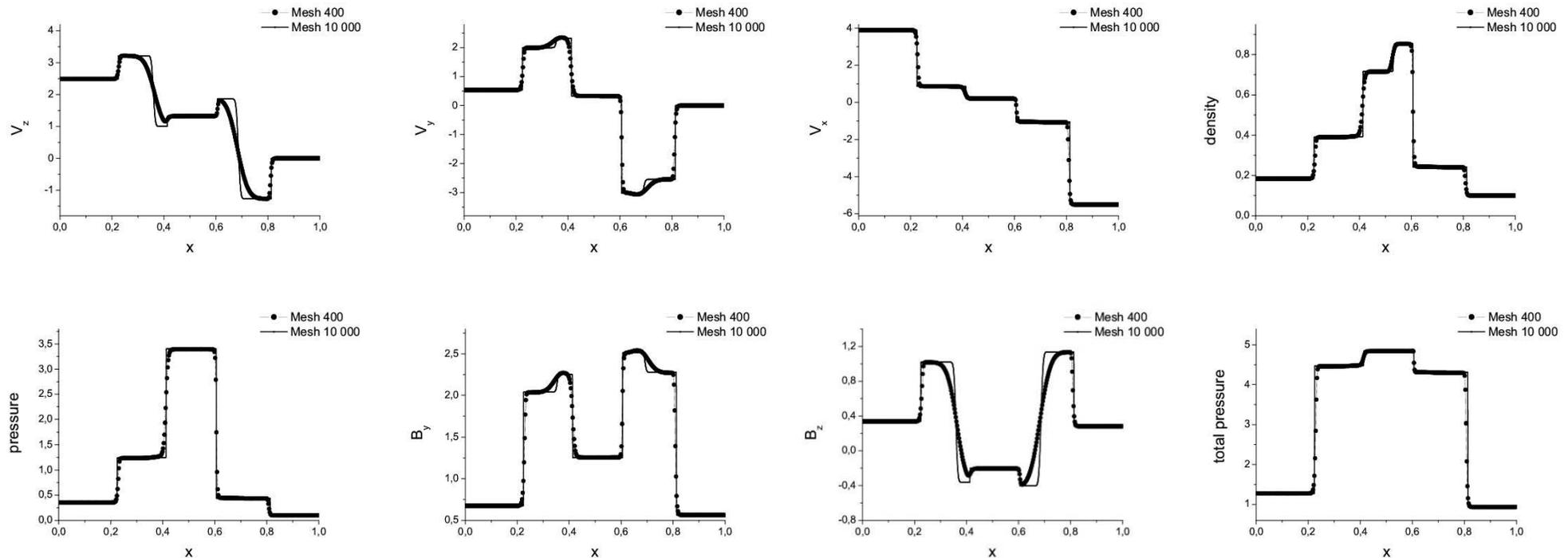
$$c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad c_{f,s} = \sqrt{\frac{(c^2 + b^2) \pm \sqrt{(c^2 + b^2)^2 - 4c^2 c_a^2}}{2}} \quad c_a = |b_x| = \left| \frac{B_x}{\sqrt{\rho}} \right|$$

$$(\beta_y, \beta_z) = \begin{cases} \left(\frac{B_y, B_z}{\sqrt{B_y^2 + B_z^2}}, & B_y^2 + B_z^2 \neq 0 \\ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right), & B_y^2 + B_z^2 = 0 \end{cases} \quad (\alpha_f, \alpha_s) = \begin{cases} \left(\frac{\sqrt{c^2 - c_s^2}, \sqrt{c_f^2 - c^2}}{\sqrt{c_f^2 - c_s^2}}, & B_y^2 + B_z^2 \neq 0 \vee \gamma p \neq B_x^2 \\ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right), & B_y^2 + B_z^2 = 0 \& \gamma p = B_x^2 \end{cases}$$

Тест Погорелова для МГД уравнений

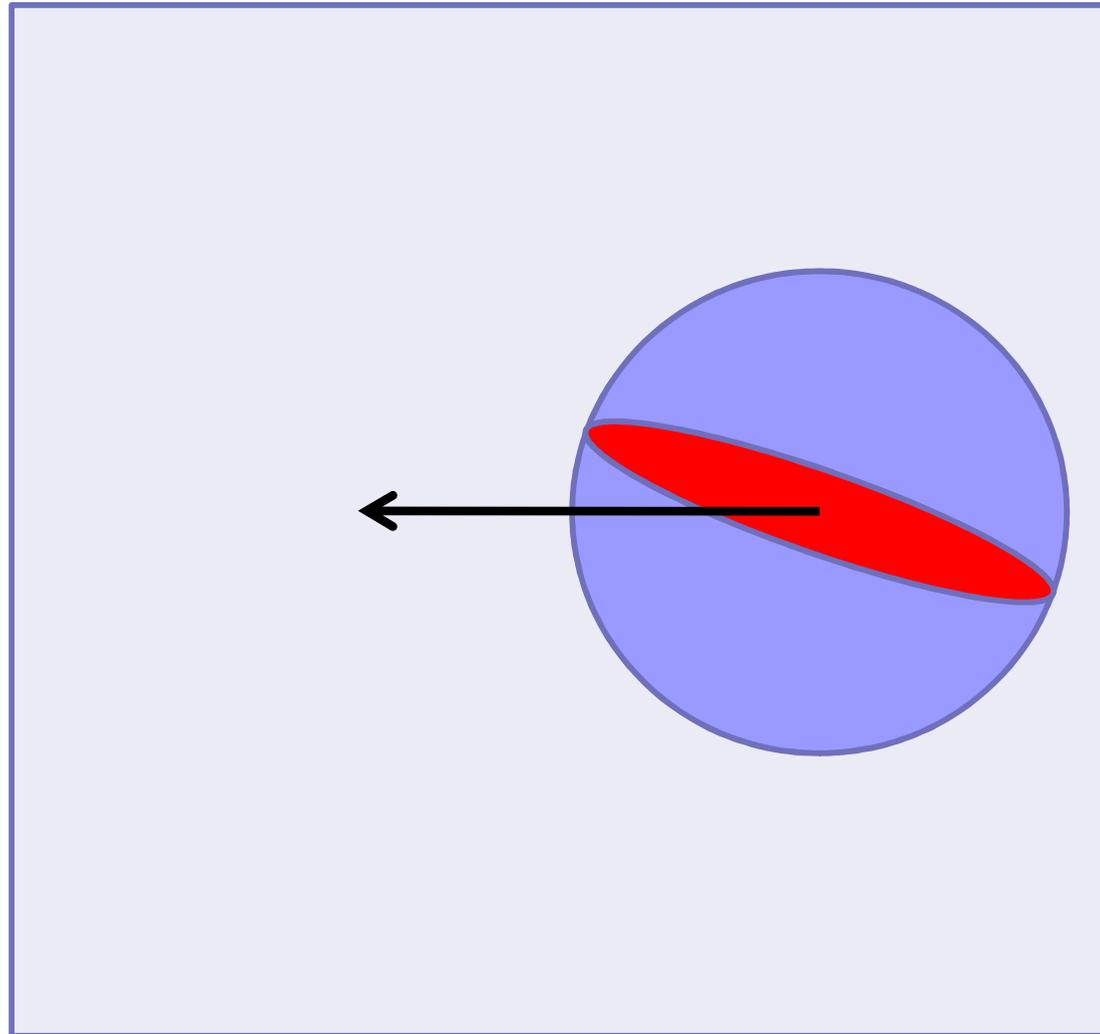
$$\left[\rho, p, v_x, v_y, v_z, \sqrt{4\pi B_y}, \sqrt{4\pi B_z} \right] = \begin{cases} [0.18405, 0.3541, 3.8964, 0.5361, 2.4866, 2.394, 1.197], & x < 0.5 \\ [0.1, 0.1, -5.5, 0, 0, 2, 1], & x \geq 0.5 \end{cases}$$

$$\sqrt{4\pi B_x} \equiv 4 \quad t = 0.15$$



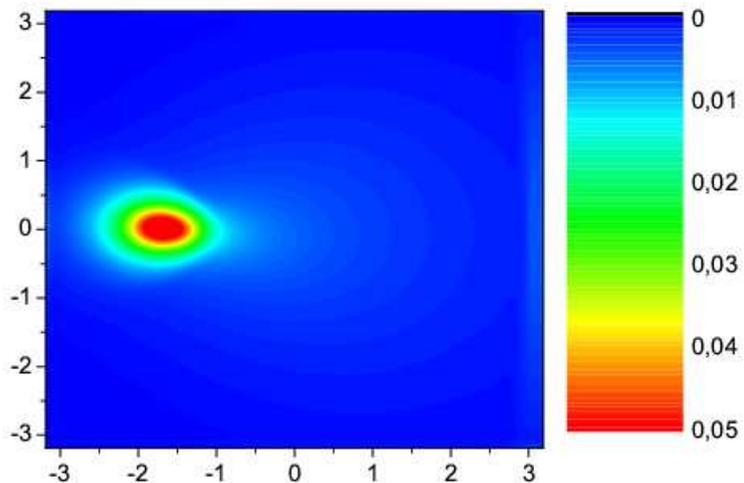
Pogorelov N., Zhurov A. High-resolution numerical methods for MHD equations // 8th Int. Symp. on Comput. Fluid Dyn., Bremen, Sept. 5-10, 1999. Collection of Papers, CD-ROM Publication, ZARM, Bremen

Моделирование хвостов галактик в двухфазной магнитно-газодинамической модели (механизм замагничивания хвоста)

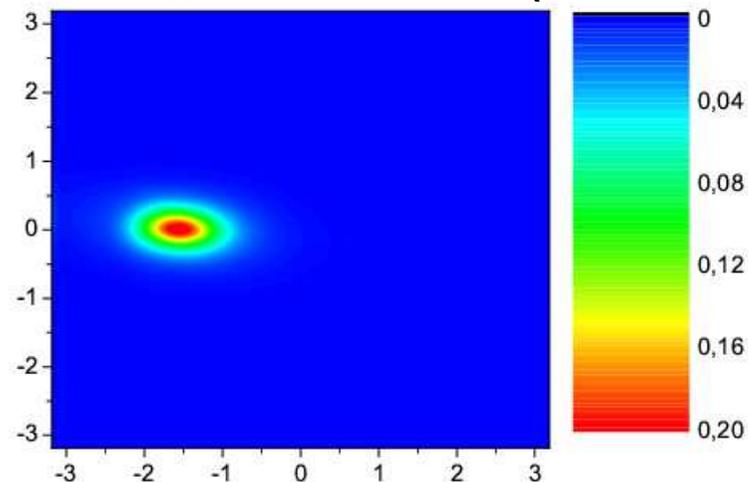


Моделирование хвостов галактик в двухфазной магнитно-газодинамической модели

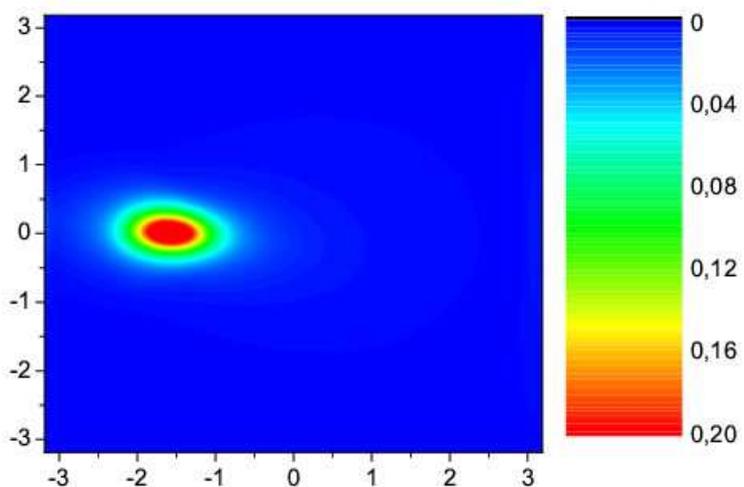
Газовая компонента (плотность)



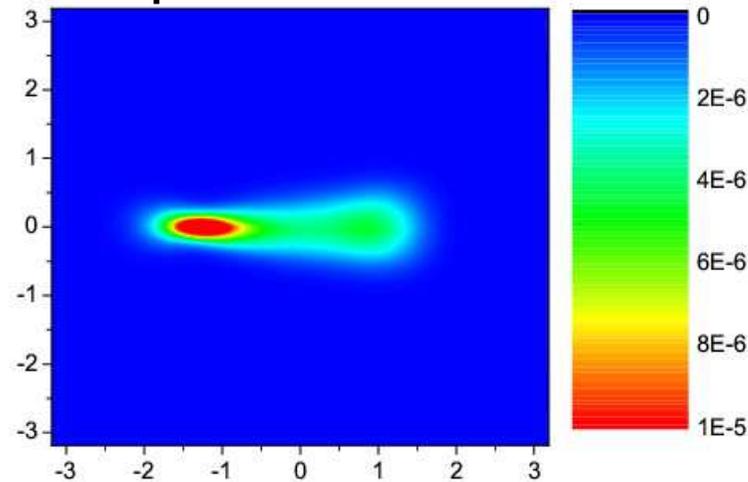
Звездная компонента (плотность)



Обе компоненты (плотность)



Энергия магнитного поля



Заключение

- Для эффективного решения астрофизических задач на существующих и будущих суперЭВМ необходимо использовать все грани параллелизма
- Создан новый численный метод для моделирования двухфазных магнитно - газодинамической астрофизических объектов
- Разработана эффективная параллельная реализация оригинального метода для гибридных суперЭВМ, оснащенных графическими ускорителями NVIDIA и ускорителями Intel Xeon Phi
- Решены ряд задач моделирования динамики взаимодействующих галактик и других астрофизических объектов

Публикации

1. Куликов И.М., Черных И.Г., Глинский Б.М. AstroPhi: программный комплекс для моделирования динамики астрофизических объектов на гибридных суперЭВМ, оснащенных ускорителями Intel Xeon Phi // Вестник ЮУрГУ, серия: Вычислительная математика и информатика, Т. 2, № 4, 2013, С. 57-79.
2. Kulikov I. PEGAS: Hydrodynamical code for numerical simulation of the gas components of interacting galaxies // Second Workshop on Numerical and Observational Astrophysics From the First Structures to the Universe Today, M. E. De Rossi, S. E. Pedrosa and L. J. Pellizza, eds. AAABS № 4. 2013. pp. 91-95.
3. Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I., Tutukov A. Hydrodynamical code for numerical simulation of the gas components of colliding galaxies // The Astrophysical Journal Supplement Series. 2011. V. 194, 47. 12 pp.
4. Тутуков А.В., Лазарева Г.Г., Куликов И.М. Газодинамика центрального столкновения двух галактик: слияние, разрушение, пролет, образование новой галактики // Астрономический журнал. 2011. Т. 88, № 9. С. 837-851.
5. Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I., Tutukov A. Computational methods for ill-posed problems of gravitational gasodynamics // Journal of Inverse and Ill-posed Problems. 2011. V. 19, I. 1. P. 151-166.
6. Вшивков В.А., Лазарева Г.Г., Киреев С.Е., Куликов И.М. Численное решение трехмерных задач динамики самогравитирующих многофазных систем // Научный вестник НГТУ. 2011. № 3 (44). С. 69-80.

Публикации

7. Лазарева Г.Г., Куликов И.М., Вшивков В.А., Кошкарлова Е.А., Берендеев Е.А., Горр М.Б., Антонова М.С. Параллельная реализация численной модели столкновения галактик // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. 2011. Т. 9. № 4. С. 71-78.
8. Куликов И.М. Трёхмерное моделирование самогравитирующего газа // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. 2008. № 47. С. 142-150.
9. Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I. Supercomputer Simulation of an Astrophysical Object Collapse by the Fluids-in-Cell Method // PaCT-2009 proceedings. LNCS, Vol. 5698. 2009. P. 414-422.
10. Вшивков В.А., Лазарева Г.Г., Куликов И.М. Модификация метода крупных частиц для задач гравитационной газовой динамики // Автометрия. 2007. Т. 43, № 6. С. 56-65.
11. Вшивков В.А., Лазарева Г.Г., Киреев С.Е., Куликов И.М. Параллельная реализация модели газовой компоненты самогравитирующего протопланетного диска на суперЭВМ // Вычислительные технологии. 2007. Т. 12, № 3. С. 38-52.
12. Вшивков В.А., Лазарева Г.Г., Куликов И.М. Операторный подход для численного моделирования гравитационных задач газовой динамики // Вычислительные технологии. 2006. Т. 11, № 3. С. 27-35.

Список патентов

1. Программный пакет для решения задач гравитационной газовой динамики PEGAS, свидетельство № 2012617347 от 15 июня 2012 г.
2. Программа для решения нестационарных задач акустики в трехмерной постановке на гибридных суперЭВМ, свидетельство № 2012618663 от 21 сентября 2012 г.
3. Программный комплекс для моделирования динамики астрофизических газовых объектов, регистрационный номер в ФАП: PR10007, дата регистрации в ФАП: 2010-04-16

Подготовленные статьи

1. Годунов С.К., Куликов И.М. Расчет разрывных решений уравнений гидродинамики с гарантией неубывания энтропии // ЖВМиМФ, 2014 (в печати)
2. Куликов И.М., Черных И.Г., Глинский Б.М., Тутуков А.В. Моделирование астрофизических процессов с учетом химической кинетики на гибридных суперЭВМ с ускорителями Intel Xeon Phi // Вестник ННГУ, 2014 (в печати)
3. Kulikov I., Chernykh I., Snytnikov A., Tutukov A., Glinsky B. AstroPhi: a software package for complex simulation of dynamics of astrophysical objects using hybrid supercomputers // Computer physics communications, 2014 (submitted)
4. Kulikov I. GPUPEGAS: New GPU-accelerated hydrodynamical code for numerical simulation of interacting galaxies // The Astrophysical Journal Supplement Series, 2014 (submitted)

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-4183.2013.9



Спасибо

за

ВНИМАНИЕ