

## **Алгебраическая теория чисел**

(предварительная программа)

февраль-май 2025

### **1. Целые алгебраические элементы**

Целая зависимость и целое замыкание. Транзитивность свойства целостности и целозамкнутость. Целый базис. Локализация кольца и простые идеалы. Локальные нётеровы кольца. Норма и след. Транзитивность функции следа, связь с минимальным и характеристическим многочленами. Критерий вырожденности формы следа. Дискриминант набора элементов

### **2. Дедекиндовы кольца**

Примеры и конструкции для дедекиндовых колец. Три леммы об идеалах. Теорема о разложении идеалов и ее следствия. Критерий разветвляемости простого идеала. Фундаментальное тождество для разложения идеала в расширении. Дробные идеалы, понятие группы классов, критерий факториальности. Теорема Дедекинда – Куммера Норма идеала, считающая норма.

### **3. Группа классов и теорема Дирихле**

Критерий дискретности подгруппы.

Теорема Минковского. Логарифмическое вложение, его ядро.

Конечность группы классов. Теорема Эрмита. Теорема об  $S$ -единицах, аналитическая формула числа классов. Теорема Дирихле об обратимых элементах.

### **4. Круговые поля**

Разветвляемость идеалов в расширениях степени простого числа. Кольцо целых элементов кругового поля. Единицы кругового поля. Регулярные простые числа. Лемма Куммера. Теорема Ферма для регулярных простых чисел.

## **Литература**

Ash R.B., A Course In Algebraic Number Theory, 2003.

<https://faculty.math.illinois.edu/~r-ash/ANT.html>

Burde D., Algebraic number theory, Lecture notes, 2022.

[https://homepage.univie.ac.at/dietrich.burde/papers/burde\\_71\\_ant.pdf](https://homepage.univie.ac.at/dietrich.burde/papers/burde_71_ant.pdf)

Milne J.S., Algebraic Number Theory (v3.08), 2020, 166 p.

<https://www.jmilne.org/math/CourseNotes/ANT.pdf>

M. Murty, J. Esmonde, Problems in Algebraic Number theory, 2005.

[https://www.math.toronto.edu/~ila/2005\\_Book\\_ProblemsInAlgebraicNumberTheor.pdf](https://www.math.toronto.edu/~ila/2005_Book_ProblemsInAlgebraicNumberTheor.pdf)

Stewart I., Tall D., Algebraic Number Theory and Fermat's Last Theorem, 2001.

<https://kashanu.ac.ir/Files/Content/ANT.pdf>

Боревич З.И., Шафаревич И.Р., Теория чисел. М.: Наука, 1985.

Ленг С. Алгебраические числа. М.: Мир, 1972.

Януш Г.Дж. Алгебраические числовые поля. Новосибирск: Научная книга, 2001.