Семинар 0 (05.02.2026)

1) Проверьте, что 5987 — простое и найдите $\left(\frac{3766}{5987}\right)$

2) Д-те, что $x^2+3\equiv 0\,(p)$ имеет решение $\Leftrightarrow p\equiv 1\,(3)$.

3) Пусть $p \nmid 2a \in \mathbb{Z}$. Д-ть, что число решений сравнения $ax^2+bx+c\equiv 0\,(p)$ равно $1+\left(\frac{b^2-4ac}{p}\right)$

4) Упр 3, 4, 5 из ANTO

5)* Упр 2 из ANTO.

Семинар 1 (12.02.2026) 1) Док-ть предл 1.2.1 из ANT1 (упр. 5)

2) $R[[x]] = \{ \sum_{i\geq 0}^{\infty} a_i x^i \mid a_i \in R \}$ — кольцо форм. степеней

не предп., что только кон. число $a_i \neq 0$!

Д-ть, что R локально $\Longrightarrow$ $R[[x]]$ локально.

Указ: $F \in R[[x]]$ обратим, если $F(0) = a_0$ обратим. ($\Longleftrightarrow$ тоже верно).

3) Д-ть, что кольцо $\mathbb{Z}[\sqrt{-2}]$ факториально, а кольцо $\mathbb{Z}[\sqrt{-p}]$, где $p \equiv 1 (4)$ простое — нет.

4) Д-те, что в кольце $\mathbb{Z}[x]$ простым является эл-т $f(x) = (x-c_1)\dots(x-c_n) - 1$, где c_i — раз. целые числа.

5)* Д-те, что в $\mathbb{Z}[x]$ эл-т $g(x) = (x-c_1)\dots(x-c_n) + 1$, где $c_1 \dots c_n$ — разл. целые, прост. при $n \neq 2$ и 4.

Найдите разложение на простые при $n = 2$ и 4.

Семинар 2 (19.02.2026)

1) R — обл. целостности и $|R| < \infty \Rightarrow R$ — поле.

2) $\mathbb{F}$ — поле, $\forall i \in I$ R_i — целозамкн. подкольцо в $\mathbb{F}$.
Тогда $R = \bigcap\limits_{i \in I} R_i$ тоже целозамкнуто.

3) Пусть $d \in \mathbb{Z}$ свободно от квадратов. Тогда
$\mathbb{Z}[\sqrt{d}]$ не явл-ся целозамк. $\forall d \equiv 1 \ (4)$.

4)* $\mathbb{F}$ — поле, $a = const \in \mathbb{F}^n$. Тогда кольцо
$R = \{ f/g \mid f, g \in \mathbb{F}[x_1 \ldots x_n],\ g(a) \neq 0 \}$ локально.