

Задачи 14

Теория групп: полупрямое произведение, коммутант, разрешимые группы

Теоретический материал: файлы AT13.pdf и AT14.pdf; § 3.2 и 19.1 из [KM]; гл. 10 § 1,2 из [ВИН].

К 27.04.2022:

Задачи:

1. Упр. 2.5 из лекции (файл AT13).
2. Завершить док-во теоремы 2.5 из лекции (файл AT13).
3. Зад. 62.1 из [КЗ] и упр. 3.1 из лекции (см. файл AT14).
4. Упр. 62.6 и 62.11 из [КЗ].
5. Зад. 62.7 и 62.12 из [КЗ].

Со звездочкой:

6. Приведите пример группы, у которой в коммутанте есть элемент, не являющийся коммутатором.

Указание. См. пример 3.2.9 и упр. 3.2.10 и 3.2.11 из [KM].

7. Пусть $\gamma_1(G) = G$, $\gamma_2(G) = [G, G]$, и $\gamma_{k+1}(G) = [\gamma_k(G), G]$.

а) Докажите, что группа G нильпотентна (см. опр. 3.4 из лекции, файл AT14) тогда и только тогда, когда найдется такое m , что $\gamma_{m+1}(G) = 1$. Точнее, $\gamma_{m+1}(G) = 1 \iff Z_m(G) = G$.

б) Упр. 3.3 и 3.4 из лекции (файл AT14, сравни также с зад. 62.13 из [КЗ]).