Задачи 6

Коммутативная алгебра: алгебраические многообразия и их идеалы

Теоретический материал: файл AT6n.pdf, гл. 9, § 6 из [ВИН], ПСШ, гл. 7, § 1, 2.

Задачи:

1. Пусть F — поле. Доказать, что
а) конечный набор точек в F^n,
б) конечный набор подпространств в F^n
являются алгебраическими многообразиями;
в) а множество $\{(x, y) \mid y = \sin x\} \subseteq \mathbb{R}^2$ не является.

2. а) Найти $J(X)$, если $X = \{(x, y) \mid x^2 - 2xy + y^2 = 0\} \subseteq \mathbb{C}^2$.
б) Найти $r(I)$, если $I = (x^2, y^3)$.

3. Доказать, что над $\mathbb{C}$ система

$$\begin{cases} x^2 + xy - y + 1 = 0, \\ x^3 - x^2 + x + y^3 = 0, \\ y^4 + x^3 + yx^3 + x - 1 = 0 \end{cases}$$

несовместна.

Со звездочкой:

4. Упр. 3 из файла AT6n.pdf.