

Найдем $\sin A$, где $A = \begin{pmatrix} \pi-1 & 1 \\ -1 & \pi+1 \end{pmatrix}$

Заметим, что $f_A(x) = (x-\pi)^2$.

1 способ: Находим нормальную форму J и n -ую T , осуществляющую вращение:

Если $N = A - \pi E$, то $(e_1 | e_1 N) = (1 | 0 | -1 | 1)$

— макс-сорт для $N \Rightarrow J = \begin{pmatrix} \pi & 1 \\ 0 & \pi \end{pmatrix}$, $T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Так $\sin' x = \cos x$, то $\sin J = \begin{pmatrix} \sin \pi & \cos \pi \\ 0 & \sin \pi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \sin A = T^{-1} \sin J T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

2 способ: Находим мин-н $p(x)$: $p(A) = \sin(A)$

и $\deg p(x) < \deg g_A(x) = 2$, т.е. $g_A(x) = f_A(x) = (x - \pi)^2$
в нашем случае. Значит, $p(x) = a_0 + a_1(x - \pi)$

$$\text{и } 0 = \sin(\pi) = p(\pi) = a_0, \quad -1 = \cos(\pi) = p'(\pi) = a_1$$

$$\Rightarrow p(x) = \pi - x \Rightarrow p(A) = \pi E - A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$
