

## Задачи 37

### Пространства со скалярным произведением и их преобразования: билинейные и квадратичные функции — приведение к диагональному виду

Теоретический материал: гл. 5, § 3 из [ВИН] и файл AN-32-new.pdf, а также указания по решению задач из файла AG-3-new.pdf на сайте.

**К 13.04.2020:**

#### Новый материал:

Самостоятельно разобрать § 3 из гл. 5 [ВИН] стр. 196-200 (до курсива включительно) (см. также AN-32-new.pdf): определение базиса, ортогонального относительно симметрической билинейной функции, теоремы 1 и 2 о приведении функции к диагональному виду, определение нормального вида квадратичной (билинейной) функции над  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ , определение положительно определенной (вещественной) функции и сигнатуры функции (формы), закон инерции квадратичной функции (теорема 3 и следствие из нее), метод Якоби определения сигнатуры и критерий Сильвестра положительной определенности билинейной и квадратичной функции (теорема 4 и следствие из нее). Разобраться с практическим методом Лагранжа приведения квадратичной формы (функции) к диагональному виду: см., например, § 2 гл. 8 из [ВМ] или §4.6 (стр. 46-49) гл. 1 из [КОС2], а также AG-4.pdf.

#### Задачи:

1. Методом Лагранжа привести квадратичную функцию к диагональному виду, указать ее сигнатуру и базис, ортогональный относительно полярной ей (ассоциированной с ней) билинейной функции:

а)  $x_1^2 - 4x_1x_2 + 5x_2^2$ ;

б)\*  $x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 6x_2x_3 - 3x_3^2$ ;

в)  $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4$ ;

2. Зад. 38.17 б) и 38.19 б) из [КЗ].

3. Зад. 38.8 а)\* из [КЗ] (указать сигнатуру, а также методом ортогонализации указать соответствующий ортогональный базис, см. теорему 2 из [ВИН]).

4. Зад. 38.9 из [КЗ].

5. Зад. 38.11 а) и 38.14 а) из [КЗ].

#### На месяц:

6. Зад. 38.22 из [КЗ].

7. Зад. 38.26 и 38.27 (только для билинейной функции).