Задачи 5

Кольца и поля

Теоретический материал: гл. 2, § 1 из [ВМ] и гл. 1, § 3 и 6 из [ВИН].

К 18.09.2019:

1. Зад. 63.1 з)-к) и 63.3 а)-д) из [КЗ]. Будут ли эти же системы полями?

2. Зад. 63.4 из [КЗ].

3. Доказать, что существует поле из 4 элементов. Все ли поля порядка 4 изоморфны?

4. Пусть $f : X \to Y$ — отображение из X в Y. Тогда бинарное отношение $R_f = \{(x, f(x)) \mid x \in X\} \subseteq X \times Y$ удовлетворяет следующим условиям:
(1) для любого $x \in X$ найдется $y \in Y$ такой, что $(x, y) \in R_f$;
(2) если $(x, y_1), (x, y_2) \in R_f$, то $y_1 = y_2$.
Обратно, если имеется бинарное отношение $R \subseteq X \times Y$, удовлетворяющее условиям (1) и (2), то правило $y = f(x) \Leftrightarrow (x, y) \in R$ задает отображение из X в Y. Запишите условия на бинарное отношение R_f, при которых f будет
а) инъекцией, б) сюръекцией, в) биекцией.

5. В поле вычетов по модулю 11 решить уравнения:
а) $2x - 3 = 0$;
б) $x^2 + 5x + 1 = 0$;
в) $x^7 = 7$.

На месяц:

6. Упр. 2.1.10 из [ВМ].

7*. Доказать, что конечное ассоциативное и коммутативное кольцо без делителей нуля, содержащее более одного элемента, является полем.