

Задачи 55

Теория групп: свободные группы и их подгруппы

Теоретический материал: файлы AN-61.pdf AN-62.pdf, § 14 из [KM].

К 12.11.2020:

Задачи:

1. Упр. 1 из AN-61 (см. также упр. 14.1.2 и 14.1.3 из [KM]).
2. Упр. 14.1.4 из [KM].
3. Доказать предложение 2 из лекции (см. файл AN-61).
4. Упр. 3 из лекции (см. файл AN-61).
5. Упр. 14.3.3 из [KM].
6. В свободной группе $F = F(x, y)$ найти шрайерову систему представителей по нормальному замыканию $H = R^F$, где $R = \{x, y^k\}$ и k — некоторое фиксированное натуральное число. С ее помощью найти свободные порождающие группы H .
7. Пусть H — подмножество слов в свободной группе F ранга n , у которых сумма показателей делится на m . Докажите, что H — подгруппа и найдите ее ранг.

На месяц:

8. Пусть множества $X, Y \subseteq F$ свободно порождают группу F (в классе всех групп). Докажите, что $|X| = |Y|$
 - а) в случае, когда хотя бы одно из множеств X и Y конечно;
 - б) в общем случае.