

Задачи

Октябрь

Теоретический материал: гл. 2, § 3-5 и гл. 3-4 из [ВМ], гл. 1, § 5, 9, и гл. 2 из [ВИН].

1. Упр. 2.3.1–2.3.3 из [ВМ].

2 (А.А. Клячко, МГУ). Студент Д. решил возвести все матрицы 17×17 над полем из семнадцати элементов в сотую степень, сложить результаты и посмотреть, что получится. Но в этот момент у студента сломался компьютер. Помогите ему.

3. Найти наибольшее возможное значение определителя вещественной матрицы размера 3×3 , если все элементы этой матрицы

- а) равны 0 или 1;
- б) являются целыми числами и по модулю не превосходят 1;
- в)* по модулю не превосходят 1.

4. Разобрать 4.1 из [КЗ] и с помощью результатов из нее решить 14.1 а) и в) из [КЗ].

5. Упр. 2.4.11 из [ВМ].

6. 18.10, 18.11 и 18.12 из [КЗ].

7 (А.А. Клячко). Студент Д. называет квадратную вещественную матрицу A *практически обратимой*, если найдется такая матрица B , что элементы матрицы $C = AB$ отличаются от соответствующих элементов единичной матрицы не более чем на 10^{-10} , т.е. $|c_{ij} - \delta_{ij}| \leq 10^{-10}$ для всех i, j (здесь δ_{ij} равно 1 при $i = j$ и 0 в остальных случаях). Существуют ли практически обратимые необратимые матрицы?

8. Упр. 2.5.1 из [ВМ].

9. Упр. 2.7.3 из [ДМ].

10. Зад. 8.11 из [КЗ].

11. Задача про подстановки из контрольной (А.Э. Гутерман, МГУ): Каких подстановок в симметрической группе S_n больше

- а) четного или нечетного порядка,
- б) являющихся квадратами или не являющихся?

12. Зад. 35.10 а-д) из [КЗ].

13. Зад. 5-9 из гл. 2., § 2 [ВИН] (см. соответствующие определения на стр. 60 там же).

14. а) Докажите, что вещественную квадратную матрицу A размерности 2019 преобразованиями строк, состоящим в прибавлении к одной строки другой, умноженной на число, можно привести к матрице $-A$ тогда и только тогда, когда A вырождена;

б) При каких условиях преобразованиями того же типа вещественную квадратную матрицу A можно привести к $-A$, если размерность A равна 2020?

15. Зад. 35.25-27 из [КЗ].