Аннотация лекции об изгибаемых многогранниках

Виктор Алексеевич Александров ⟨alex@math.nsc.ru⟩

НГУ, ауд. 5216, 29 октября 2019 г.

Речь пойдёт о многогранниках [1] в трёхмерном евклидовом пространстве. Точнее — об изгибаемых многогранниках [2], т. е. таких замкнутых многогранных поверхностях, пространственную форму которых можно изменить за счёт изменения только двугранных углов. При этом без ограничения общности можно считать, что все грани треугольные.

Впервые изгибаемые многогранники без самопересечений построил Роберт Коннелли в 1977 году. Доклады об этом открытии были сделаны на семинаре Бурбаки в Париже [3] и на Международном конгрессе математиков в Хельсинки [4]. Среди всех известных сегодня изгибаемых многогранников без самопересечений наименьшее число вершин — девять — имеет многогранник, построенный Клаусом Штеффеном, см., например, [5].

Самым известным свойством изгибаемых многогранников является тот факт, что в процессе изгибания сохраняется объём области, ограниченной изгибаемым многогранником. это свойство вперые было доказано И.Х. Сабитовы в 1996 году. Доклады об этом результате и его обобщениях были сделаны на семинаре Бурбкаи [6] и Европейском математическом конгрессе в Берлине [7].

Из недавних открытий упомянем работу А.А. Гайфуллина и Л.С. Игнащенко [8], где доказано, что если оин многогранник получен из другого непрерывным изгибанием, то области, ограниченные этими многогранными поверхностями равносоставлены.

Для решения задач по изгибаемым многогранникам применяют не только собственно геометрические методы, но и методы алгебры, алгебраической топологии и теории функций многих комплексных переменных. В теории изгибаемых многогранников каждый может найти себе нерешённую проблему по своему вкусу, например:

Открытая проблема: *Верно ли, что многогранник Штеффена имеет наименьшее число вершин — девять — среди всех изгибаемых многогранников без самопересечений?* В статье [9] показано, что все многогранники без самопересечений, имеющие 7 или 8 вершин являются неизгибаемыми, за возможным исключением многогранников одного комбинаторного типа, для которых вопрос пока остаётся открытым. Возможный план исследования состоит в следующем: (а) прореферировать работу [9], т. е. пересказать её своими словами; (б) получить результаты работы [9] своим методом; (в) обощить результаты работы [9], т. е. выяснить существуют ли изгибаемые многогранники без самопересечений того комбинаторного типа, который не поддался автору статьи [9].

Литература

[1]. И. Лакатос. Доказательства и опровержения. М.: Наука, 1967. 152 с.

[2]. В.А. Александров. Изгибаемые многогранные поверхности // Соросовский образовательный журнал. 1997. № 5. С. 112–117.

[3]. И.Х. Кёйпер. Изгибаемые полиэдральные сферы в E^3, по Роберту Коннелли. В книге: Исследования по метрической теории поверхностей. М.: Мир, 1980. С. 210–227.

[4]. R. Connelly. Conjectures and open questions in rigidity. In the book: Proc. int. Congr. Math., Helsinki 1978, Vol. 1, 407-414 (1980).

[5]. И.Х. Сабитов. Объёмы многогранников. М.: МЦНМО, 2002. 32 с.

[6]. J.-M. Schlenker. La conjecture des soufflets (d'aprés I. Sabitov). In the book: Bourbaki seminar. Volume 2002/2003. Astérisque 294, 77–95, Exp. No. 912 (2004).

[7]. A.A. Gaifullin. Flexible polyhedra and their volumes. In the book: Proceedings of the 7th European congress of mathematics. Berlin, 2016. Zurich: EMS, 2018. P. 63-83.

[8]. А.А. Гайфуллин, Л.С. Игнащенко. Инвариант Дена и равносоставленность изгибаемых многогранников// Труды МИАН. 2018. Т. 302. С. 143–160.

[9]. И.Г. Максимов. Неизгибаемые многогранники с малым числом вершин// Фундаментальная и прикладная математика. 2006. Т. 12, № 1. С. 143–165.