f) $x^5+3x^4-12x^3-52x^2-52x-12$ и $x^4+3x^3-6x^2-22x-12$;

g) $x^5+x^4-x^3-3x^2-3x-1$ и $x^4-2x^3-x^2-2x+1$;

h) x^4-10x^2+1 и $x^4-4\sqrt{2}\,x^3+6x^2+4\sqrt{2}\,x+1$;

i) $x^4+7x^3+19x^2+23x+10$ и $x^4+7x^3+18x^2+22x+12$;

К j) x^4-4x^3+1 и x^3-3x^2+1;

k) $2x^6-5x^5-14x^4+36x^3+86x^2+12x-31$ и $2x^5-9x^4+2x^3+37x^2+10x-14$;

l) $3x^6-x^5-9x^4-14x^3-11x^2-3x-1$ и $3x^5+8x^4+9x^3+15x^2+10x+9$.

578. Пользуясь алгорифмом Евклида, подобрать полиномы $M_1(x)$ и $M_2(x)$ так, чтобы $f_1(x)M_2(x)+f_2(x)M_1(x)=\delta(x)$, где $\delta(x)$ — наибольший общий делитель $f_1(x)$ и $f_2(x)$:

a) $f_1(x)=x^4+2x^3-x^2-4x-2$,
$f_2(x)=x^4+x^3-x^2-2x-2$;

b) $f_1(x)=x^5+3x^4+x^3+x^2+3x+1$,
$f_2(x)=x^4+2x^3+x+2$;

c) $f_1(x)=x^6-4x^5+11x^4-27x^3+37x^2-35x+35$,
$f_2(x)=x^5-3x^4+7x^3-20x^2+10x-25$;

d) $f_1(x)=3x^7+6x^6-3x^5+4x^4+14x^3-6x^2-4x+4$,
$f_2(x)=3x^6-3x^4+7x^3-6x+2$;

e) $f_1(x)=3x^5+5x^4-16x^3-6x^2-5x-6$,
$f_2(x)=3x^4-4x^3-x^2-x-2$;

К f) $f_1(x)=4x^4-2x^3-16x^2+5x+9$,
$f_2(x)=2x^3-x^2-5x+4$.

579. Пользуясь алгорифмом Евклида, подобрать полиномы $M_1(x)$ и $M_2(x)$ так, чтобы $f_1(x)M_2(x)+f_2(x)M_1(x)=1$:

a) $f_1(x)=3x^3-2x^2+x+2$, $f_2(x)=x^2-x+1$;

b) $f_1(x)=x^4-x^3-4x^2+4x+1$, $f_2(x)=x^2-x-1$;

c) $f_1(x)=x^5-5x^4-2x^3+12x^2-2x+12$,
$f_2(x)=x^3-5x^2-3x+17$;

d) $f_1(x)=2x^4+3x^3-3x^2-5x+2$,
$f_2(x)=2x^3+x^2-x-1$;

e) $f_1(x)=3x^4-5x^3+4x^2-2x+1$,
$f_2(x)=3x^3-2x^2+x-1$;

f) $f_1(x)=x^5+5x^4+9x^3+7x^2+5x+3$,
$f_2(x)=x^4+2x^3+2x^2+x+1$.

580. Способом неопределенных коэффициентов подобрать $M_1(x)$ и $M_2(x)$ так, чтобы $f_1(x)M_2(x)+f_2(x)M_1(x)=1$:

a) $f_1(x)=x^4-4x^3+1$, $f_2(x)=x^3-3x^2+1$;

b) $f_1(x)=x^3$, $f_2(x)=(1-x)^2$;

c) $f_1(x)=x^4$, $f_2(x)=(1-x)^4$.

581. Пусть $f_1(x)M(x)+f_2(x)N(x)=\delta(x)$, где $\delta(x)$ — наибольший общий делитель $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Чему равен наибольший общий делитель $M(x)$ и $N(x)$?

582. Подобрать полиномы наименьшей степени $M_1(x)$, $M_2(x)$ так, чтобы

a) $(x^4-2x^3-4x^2+6x+1)M_1(x)+(x^3-5x-3)M_2(x)=x^4$;

b) $(x^4+2x^3+x+1)M_1(x)+(x^4+x^3-2x^2+2x-1)M_2(x)=x^3-2x$.

583. Определить полином наименьшей степени, дающий в остатке:

a) $2x$ при делении на $(x-1)^2$ и $3x$ при делении на $(x-2)^3$;

b) x^2+x+1 при делении на $x^4-2x^3-2x^2+10x-7$ и $2x^2-3$ при делении на $x^4-2x^3-3x^2+13x-10$.

***584.** Найти полиномы $M(x)$ и $N(x)$ так, чтобы

$$x^mM(x)+(1-x)^nN(x)=1.$$

585. Отделить кратные множители полиномов:

a) $x^6-6x^4-4x^3+9x^2+12x+4$;

b) $x^5-10x^3-20x^2-15x-4$;

c) $x^6-15x^4+8x^3+51x^2-72x+27$;

d) $x^5-6x^4+16x^3-24x^2+20x-8$;

e) $x^6-2x^5-x^4-2x^3+5x^2+4x+4$;

f) $x^7-3x^6+5x^5-7x^4+7x^3-5x^2+3x-1$;

g) $x^8+2x^7+5x^6+6x^5+8x^4+6x^3+5x^2+2x+1$.

586. Найти наибольший общий делитель и его линейное представление для полиномов f и g над полем GF (2):

a) $f=x^5+x^4+1$, $g=x^4+x^2+1$;

b) $f=x^5+x^3+x+1$, $g=x^4+1$;

c) $f=x^5+x+1$, $g=x^4+x^3+1$;

d) $f=x^5+x^3+x$, $g=x^4+x+1$.