

Сенсорные сети и покрытие полосы эллипсами*

С.Н. АСТРАКОВ

*Конструкторско-технологический институт вычислительной техники СО РАН,
Новосибирский государственный университет*
e-mail: astrakov90@gmail.com

А.И. ЕРЗИН

*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН,
Новосибирский государственный университет*
e-mail: adilerzin@math.nsc.ru

Рассматривается проблема наименее плотного покрытия полосы эллипсами одного, двух и трёх типов. Предложены и исследованы новые модели регулярных покрытий, которые обобщают ранее полученные результаты авторов для покрытия полосы кругами. Полученные результаты имеют как фундаментальное, так и прикладное значение и могут быть использованы при проектировании энергоэффективной системы мониторинга протяженных объектов беспроводными сенсорными сетями.

1. Введение

Задачи построения наименее плотных покрытий плоских объектов плоскими фигурами возникают в контексте различных приложений. При этом под плотностью покрытия плоской области понимается отношение суммы площадей элементов покрытия к площади покрываемой области.

Наиболее изученная проблема — это покрытие плоских объектов *кругами* [3, 4, 5, 8]. В последнее время это направление получило вторую молодость в связи с развитием беспроводных сенсорных сетей (БСС) [6, 7, 9, 10]. БСС состоит из множества автономных устройств (сенсоров), оснащённых невозобновляемыми элементами питания ограниченной ёмкости. Если принять “круговую модель”, в которой каждый сенсор *покрывает* (осуществляет мониторинг) круг некоторого радиуса с сенсором, расположенным в центре этого круга, то потери энергии сенсора пропорциональны покрытой сенсором площади [6, 7, 9, 10]. В современных БСС сенсор способен регулировать свою область мониторинга, в связи с чем возникают оптимизационные задачи комбинаторной геометрии по поиску наименее плотных покрытий плоских областей кругами различного радиуса, что приводит к увеличению времени функционирования (жизни) БСС [1, 2, 7, 9].

В связи с тем, что существует бесконечное множество покрытий плоских областей различными фигурами, в литературе часто рассматривают *регулярные* покрытия. При этом число различных покрытий также континуально, но в регулярном покрытии область разбивается на одинаковые многоугольники (плитки) и все плитки покрываются одинаково. Это позволяет ограничиться рассмотрением покрытий одной плитки. В литературе в качестве плитки в основном рассматриваются *правильные* многоугольники

*Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 8227, а также РФФИ (гранты 12-01-33028-мол-а-вед и 13-07-00139-а)

(треугольники, квадраты и шестиугольники), поэтому в работе [1] мы ввели следующее обозначение для классов регулярного покрытия плоскости — $COV_k(p, q)$. В покрытии из класса $COV_k(p, q)$ область разбивается на правильные k -угольники, и каждая плитка покрывается одинаково p кругами q различных радиусов.

Однако такое обозначение классов оказалось не совсем удобным для описания регулярных покрытий *полосы*. В работе [2] мы назвали покрытие полосы *n -слойным*, если центры кругов покрытия располагаются на n прямых параллельных границах полосы, и ввели обозначение $P(n, k)$ для класса n -слойных регулярных покрытий кругами k различных радиусов.

В данной работе рассматривается проблема построения наименее плотных регулярных покрытий полосы *эллипсами*. Это значит, что область покрытия (мониторинга) сенсора — это эллипс. Такая ситуация имеет место, например, при видеонаблюдении за поверхностью, когда зона мониторинга сенсора — это конус, а сам сенсор расположен над поверхностью. Зная параметры эллипса, легко определить значения регулируемых параметров сенсора (высоту размещения, направление и угол обзора). Если сенсор использует направленную антенну, то проекция зоны уверенного радиоприёма — это тоже эллипс. Будем говорить, что сенсор *покрывает* часть плоскости находящуюся внутри его эллипса мониторинга. Плоская область считается покрытой множеством сенсоров S , если каждая точка области покрыта хотя бы одним сенсором из S .

Покрытие полосы является *регулярным*, если полоса может быть разбита на одинаковые прямоугольники (плитки), и все плитки покрываются единообразно. В работе рассматриваются задачи построения и анализа регулярных покрытий полосы эллипсами одного, двух и трёх типов. При этом конгруэнтные эллипсы считаются одинаковыми.

Отметим, что аффинное отображение сохраняет плотность покрытия. Это позволяет путём сжатия/растяжения вдоль полосы сделать некоторые эллипсы кругами, и мы будем активно этим пользоваться, чтобы упростить выкладки.

2. Однослойные покрытия

В [2] рассмотрено однослойное покрытие полосы шириной h кругами. Было доказано, что в оптимальном (минимальной плотности, равной $\pi/2 \approx 1.5708$) покрытии этого класса используются одинаковые круги и найден оптимальный радиус $R = h/\sqrt{2}$ этих кругов.

Рассмотрим однослойное покрытие, обозначим его $E(1, 2)$, полосы ширины h различными эллипсами, используя обозначения на рис. 1. Справедлива

Теорема 1. *Минимальная плотность однослойного покрытия $E(1, 2) \in P(1, 2)$ полосы шириной h равна $\pi/2 \approx 1.5708$ при длинах вертикальных полуосей $h/\sqrt{2}$ и произвольных длинах горизонтальных осей эллипсов.*

Доказательство. Рассмотрим два соседних эллипса. Как было замечено выше, аффинным отображением один из эллипсов можно сделать окружностью (пусть это левый эллипс на рис. 1), пусть её радиус R . Длину горизонтальной полуоси соседнего (справа) эллипса обозначим через a , а длину вертикальной полуоси — через b . Минимальная плитка регулярного покрытия — это прямоугольник $ABDE$ на рис. 1 со сторонами $h/2$

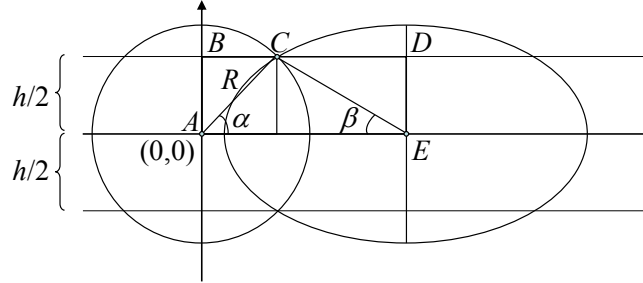


Рис. 1. Однослойное покрытие $E(1, 2) \in P(1, 2)$. Минимальная плотность $\pi/2 \approx 1.5708$

и $\left(\frac{h}{2\operatorname{tg}\alpha} + \frac{h}{2\operatorname{tg}\beta}\right)$. Из принадлежности точки C эллипсу имеем

$$\frac{h^2}{4a^2 \operatorname{tg}^2 \beta} + \frac{h^2}{4b^2} = 1,$$

откуда

$$a = \frac{bh}{\operatorname{tg}\beta \sqrt{4b^2 - h^2}}.$$

Несложно убедиться, что площадь эллипса (πab) принимает минимальное значение при $b = h/\sqrt{2}$ и $a = h/(\sqrt{2}\operatorname{tg}\beta)$.

С учётом соотношений $R = \frac{h}{2\sin\alpha}$ и $\frac{1}{\sin^2\alpha} = 1 + \operatorname{ctg}^2\alpha$, плотность покрытия $E(1, 2)$ равна

$$D(\alpha, \beta) = \frac{\frac{\pi}{4}(R^2 + ab)}{\frac{h}{2}\left(\frac{h}{2\operatorname{tg}\alpha} + \frac{h}{2\operatorname{tg}\beta}\right)} = \frac{\pi(1 + \operatorname{ctg}^2\alpha + 2\operatorname{ctg}\beta)}{4(\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta)}.$$

Минимальное значение плотности $D(\alpha, \beta) = \pi/2$ достигается при $\alpha = \pi/4$ и произвольном $0 < \beta < \pi/2$ (соответственно $0 < a < +\infty$). При этом $R = b = h/\sqrt{2}$. **Теорема доказана.**

Замечание 1. В оптимальном однослойном покрытии последовательность эллипсов может быть произвольной. При этом свойство регулярности приводит к повторению одинаковых фрагментов покрытия. Мы рассмотрели пару соседних эллипсов покрытия (последовательность из двух элементов). С таким же успехом можно повторять произвольную последовательность эллипсов. Тогда плиткой регулярного покрытия будет прямоугольник — часть полосы между центрами первого и последнего эллипсов последовательности.

3. Многослойные покрытия

Далее рассмотрим двух-, трёх-, четырёх- и пятислойные покрытия с использованием эллипсов двух и трёх типов. Не претендуя на полный охват многообразия покрытий,

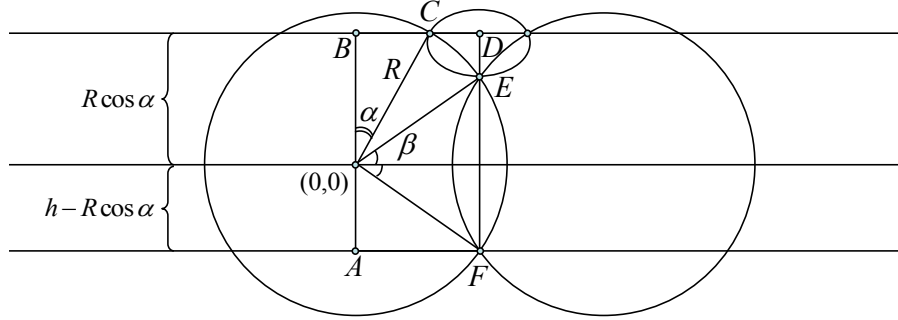


Рис. 2. Двухслойное покрытие $E(2, 2) \in P(2, 2)$. Минимальная плотность ≈ 1.4156

мы приведём лишь те модели, для которых удалось получить рекордные по плотности результаты.

3.1. Покрытие эллипсами двух типов

В этом разделе будут представлены двух-, трёх- и четырёхслойные покрытия.

3.1.1. Двухслойное покрытие

В [2] рассмотрено двухслойное покрытие полосы одинаковыми кругами, плотность которого близка к величине 1.3998. При этом центры трёх соседних кругов, пересекающихся в одной точке, являются вершинами равнобедренного треугольника. Применяя аффинное преобразование (сжатие/растяжение вдоль полосы), можно получить двухслойное покрытие $E(2, 1) \in P(2, 1)$ одинаковыми эллипсами с фиксированной длиной вертикальной оси и произвольной длиной горизонтальной оси.

Другое двухслойное покрытие можно построить следующим образом. Пусть одинаковые эллипсы (можно положить их кругами) пересекаются с одной стороны (например, снизу) на границе полосы, а с другой стороны (сверху) на линии параллельной границе. Непокрытые криволинейные треугольники сверху покрываются одинаковыми эллипсами (рис. 2). Минимальной плиткой такого регулярного покрытия является прямоугольник $ABDF$ на рис. 1.

Очевидно, точка C имеет координаты $(R \sin \alpha, R \cos \alpha)$, а точка E — координаты $(R \cos \beta, R \sin \beta)$. Тогда $R = h/(\sin \beta + \cos \alpha)$, и плотность покрытия выражается функцией от двух переменных

$$D(\alpha, \beta) = \frac{\pi}{2\sqrt{27}} \frac{\sqrt{27} + 4(\cos \beta - \sin \alpha)(\cos \alpha - \sin \beta)}{(\sin \beta + \cos \alpha) \cos \beta}.$$

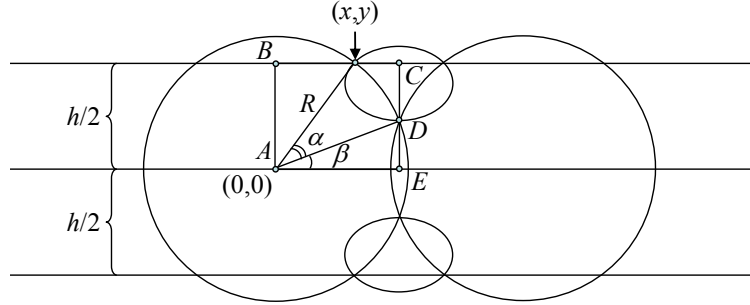


Рис. 3. Трёхслойное покрытие $E(3, 2) \in P(3, 2)$. Минимальная плотность ≈ 1.2615

Минимум $D(\alpha, \beta) \approx 1.4156$ достигается при $\alpha \approx 0.4459 \approx \pi/7.05$ $\beta \approx 0.6854 \approx \pi/4.58$.

В результате двухслойное покрытие эллипсами *двух* типов имеет плотность больше двухслойного покрытия *одинаковыми* эллипсами. Отметим также, что аналогичное двухслойное покрытие кругами двух радиусов из класса $P(2, 2)$ имеет минимальную плотность близкую к 1.4513.

3.1.2. Трёхслойное покрытие

Рассмотрим трёхслойное покрытие двумя типами эллипсов $E(3, 2) \in P(3, 2)$ представленное на рис. 3. Минимальной плиткой этого регулярного покрытия является прямоугольник $ABCE$ на рис. 3, в покрытии которого участвует четверть эллипса с центром, расположенным на средней линии полосы, и половина эллипса у границы полосы.

Теорема 2. *Минимальная плотность покрытия $E(3, 2) \in P(3, 2)$ равна $D \approx 1.2615$.*

Доказательство. Используя аффинное преобразование сделаем эллипсы с центрами на средней линии полосы кругами некоторого радиуса R . Пусть длина горизонтальной полуоси эллипса около границы полосы равна a , а длина вертикальной полуоси — b . С учётом обозначений на рис. 3, имеем $x = R \cos(\alpha + \beta)$, $y = R \sin(\alpha + \beta)$. Длина хорды, соединяющей точки (x, y) и D , равна $2R \sin \frac{\alpha}{2}$. Откуда

$$h = 2 \left(\sqrt{4R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - (R \cos \beta - R \cos(\alpha + \beta))^2} + R \sin \beta \right)$$

или

$$R = \frac{h}{2 \left(\sqrt{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos(\alpha + 2\beta))} + \sin \beta \right)}. \quad (1)$$

Из принадлежности точки (x, y) эллипсу у границы полосы имеем

$$\frac{(R \cos \beta - R \cos(\alpha + \beta))^2}{a^2} + \frac{(R \sin \beta + b - R \sin(\alpha + \beta))^2}{b^2} = 1,$$

откуда выразим

$$a = \frac{Rb(\cos \beta - \cos(\alpha + \beta))}{\sqrt{b^2 - (R(\sin \beta - \sin(\alpha + \beta)) + b)^2}}. \quad (2)$$

Подставим (1) и (2) в формулу для плотности покрытия

$$D(R, a, b, \beta) = \frac{\pi(R^2 + 2ab)}{2Rh \cos \beta} \quad (3)$$

и решим уравнение $\frac{\partial D}{\partial b} = 0$, из которого следует, что

$$b = \frac{4}{3}R \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha + 2\beta}{2}.$$

После подстановки последнего выражения в (3) и упрощения, получим функцию плотности от двух переменных

$$D(\alpha, \beta) = \frac{\pi}{36 \cos \beta} \cdot \frac{8\sqrt{3}(1 - \cos \alpha) \sin(\alpha + 2\beta) + 9}{\sin \beta + \sqrt{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos(\alpha + 2\beta))}}.$$

Минимум $D(\alpha, \beta) \approx 1.2615$ достигается при $\alpha \approx 0.4808 \approx \pi/6.5334$, $\beta \approx 0.545 \approx \pi/5.7642$. **Терема доказана.**

Замечание 2. Для сравнения, минимальная плотность аналогичного покрытия кругами $D \approx 1.294$ [2]. Более того, следует помнить, что с помощью аффинного преобразования (сжатия/растяжения вдоль полосы) можно получить произвольные взаимосвязанные эллипсы. Например, эллипсы на границе можно сделать кругами, тогда горизонтальная ось центрального эллипса будет короче вертикальной оси.

3.1.3. Четырёхслойное покрытие

Рассмотрим теперь четырёхслойное покрытие эллипсами двух типов $E(4, 2) \in P(4, 2)$ (рис. 4). В этом покрытии центры трёх соседних кругов радиуса R являются вершинами правильного треугольника, а эллипсы на границе полосы имеют горизонтальную полуось длины a , а вертикальную — длины b .

Теорема 3. Минимальная плотность покрытия $E(4, 2) \in P(4, 2)$ равна $D \approx 1.2372$.

Доказательство. В качестве плитки возьмём прямоугольник $ABDG$ на рис. 4, длина вертикальной стороны которого совпадает с h , а ширина равна $R \cos \frac{\pi}{6} = R\sqrt{3}/2$. В покрытии этого прямоугольника участвуют две половины кругов радиуса R и две половины эллипсов общей площадью $\pi(R^2 + ab)$.

Согласно рис. 4, координаты точки C равны $(R \sin \alpha, R \cos \alpha)$, центр верхнего эллипса — точка E — имеет координаты $(R\sqrt{3}/2, R/2 + b)$, а координаты точки F — $(R\sqrt{3}/2, R/2)$. Определим параметры эллипса с учётом принадлежности точек C и F эллипсу. Имеем

$$\frac{R^2(\sqrt{3}/2 - \sin \alpha)^2}{a^2} + \frac{(R(\cos \alpha - 1/2) - b)^2}{b^2} = 1.$$

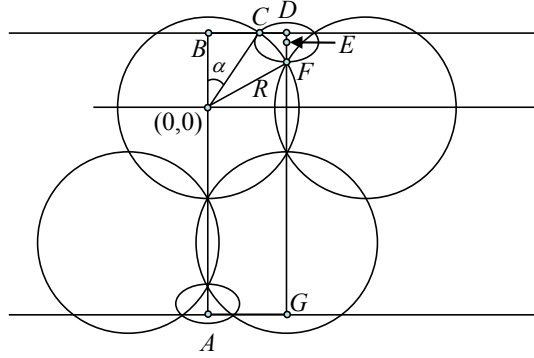


Рис. 4. Четырёхслойное покрытие $E(4, 2) \in P(4, 2)$. Минимальная плотность $D \approx 1.2372$

Откуда

$$a^2 = \frac{b^2(\sqrt{3} - 2 \sin \alpha)^2 R^2 / 4}{b^2 - (R(\cos \alpha - 1/2) - b)^2},$$

и площадь эллипса

$$\pi ab = \frac{\pi R b^2 (\sqrt{3} - 2 \sin \alpha)}{2 \sqrt{2 R b (\cos \alpha - 1/2) - R^2 (\cos \alpha - 1/2)^2}}$$

зависит от трёх параметров. При фиксированных значениях R и α существует единственный эллипс минимальной площади при $b = 2R(\cos \alpha - 1/2)/3$. В результате получаем формулу для плотности покрытия $E(4, 2)$

$$D(\alpha) = \frac{4\pi}{9\sqrt{3}} \cdot \frac{9 + 2\sqrt{3}(\cos \alpha - 1/2)(\sqrt{3} - 2 \sin \alpha)}{3 + 4 \cos \alpha}.$$

К сожалению не удаётся найти минимум плотности аналитически даже в этом случае. Численные расчёты показали, что $\min D(\alpha) \approx 1.2372$ достигается при $\alpha \approx 0.561 \approx \pi/5.6$. **Теорема доказана.**

Замечание 3. Аналогичное покрытие кругами имеет плотность $D \approx 1.2542$ [2].

Замечание 4. Для пятислойного покрытия эллипсами двух типов нам не удалось определить минимальную плотность из-за сложности возникающей оптимизационной задачи. Однако было доказано, что существует пятислойное покрытие, минимальная плотность которого не превосходит 1.1853.

3.2. Покрытие эллипсами трёх типов

Рассмотрим следующую модель покрытия полосы, которую обозначим $E(5, 3) \in P(5, 3)$. Центры одинаковых кругов (это мы в очередной раз воспользовались аффинным преобразованием), радиусы которых равны R , расположены на центральной линии полосы,

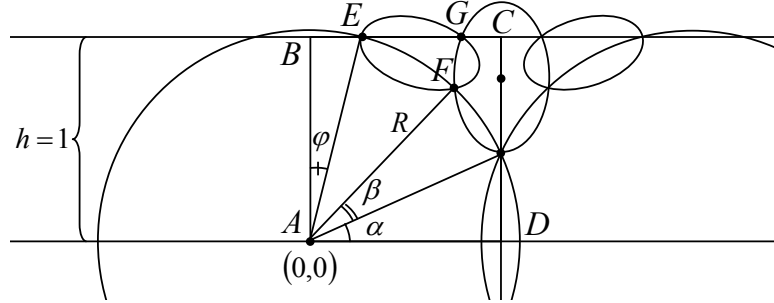


Рис. 5. Пятислойное покрытие эллипсами трёх типов $E(5, 3) \in P(5, 3)$. Плотность $D \approx 1.1607$

ширину которой положим, для простоты вычислений, равной 2. Непокрытая часть у границы полосы между двумя соседними кругами покрывается одним эллипсом с длинами полуосей a (вертикальная) и b (горизонтальная) и двумя одинаковыми эллипсами с оптимальным наклоном (рис. 5).

Теорема 4. *Минимальная плотность покрытия $E(5, 3) \in P(5, 3)$ равна $D \approx 1.1607$.*

Доказательство. Из принадлежности точки $G = (x, 1)$ вертикальному эллипсу имеем

$$\frac{(R \cos \alpha - x)^2}{b^2} + \frac{(1 - R \sin \alpha - a)^2}{a^2} = 1.$$

Откуда, с учётом равенства $R = 1/\cos \varphi$, выражаем

$$x = \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi} - \frac{b \sqrt{((2a - 1) \cos \varphi + \sin \alpha)(\cos \varphi - \sin \alpha)}}{a \cos \varphi}.$$

Из условия неотрицательности подкоренного выражения следует, что

$$a \geq \frac{\cos \varphi - \sin \alpha}{2 \cos \varphi}. \quad (4)$$

Точка F также принадлежит вертикальному эллипсу. Следовательно,

$$\frac{(R \cos \alpha - R \cos(\alpha + \beta))^2}{b^2} + \frac{(R \sin \alpha + a - R \sin(\alpha + \beta))^2}{a^2} = 1.$$

Подставим значение R и выразим

$$b = \frac{a(\cos \alpha - \cos(\alpha + \beta))}{\sqrt{(\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha)(2a \cos \varphi + \sin \alpha - \sin(\alpha + \beta))}}.$$

Несложно проверить, что подкоренное выражение в последнем соотношении принимает положительные значения при выполнении неравенства (4). Поэтому в дальнейшем положим

$$a = \frac{\cos \varphi - \sin \alpha}{2 \cos \varphi} + \varepsilon, \quad \varepsilon \geq 0.$$

Минимальная площадь эллипса описанного около треугольника с вершинами E , F и G равна

$$S_e = \frac{2\pi}{\sqrt{27}}(x - R \sin \varphi)(1 - R \sin(\alpha + \beta)),$$

или после подстановки

$$S_e = \frac{2\pi(\cos \varphi - \sin(\alpha + \beta))}{\sqrt{27} \cos^2 \varphi} \left(\cos \alpha - \sin \varphi - \frac{(\cos \alpha - \cos(\alpha + \beta))\sqrt{2\varepsilon \cos \varphi (\cos \varphi - \sin \alpha)}}{\sqrt{(\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha)(\cos \varphi + 2\varepsilon \cos \varphi - \sin(\alpha + \beta))}} \right).$$

Плотность покрытия

$$D = \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha} \left(\frac{\pi}{4 \cos^2 \varphi} + \frac{\pi ab}{2} + S_e \right).$$

После подстановки соответствующих выражений, получим функцию плотности от четырёх переменных $D(\varepsilon, \alpha, \beta, \varphi)$. Численный анализ этой функции позволил определить $\min D(\varepsilon, \alpha, \beta, \varphi) \approx 1.1607$, который достигается при $\alpha \approx 0.4228 \approx \pi/7.43$, $\beta \approx 0.4204 \approx \pi/7.47$, $\varphi \approx 0.4181 \approx \pi/7.51$, $\varepsilon \approx 0.0406$ и $a \approx 0.3161h$, $b \approx 0.2737h$. **Теорема доказана.**

4. Заключение

Проблема построения наименее плотных покрытий плоских областей, в частности полосы, эллипсами практически не рассматривалась ранее в научной литературе. Отсутствие соответствующих публикаций объясняется, в частности, тем, что возникающие при минимизации плотности задачи достаточно сложны для решения. Невозможно найти не только аналитическое решение уже в простейших классах, но даже решить задачу численно. Это обусловлено нелинейностью функционалов и ограничений, а также многоэкстремальностью возникающих оптимизационных задач.

Как отмечалось выше, проблема построения наименее плотного покрытия *эллипсами* является обобщением соответствующей задачи покрытия *кругами*. Последней задаче посвящено множество публикаций, среди которых несколько монографий [3, 4, 5]. Более того, задачи покрытия эллипсами возникают во многих приложениях, иногда с дополнительными ограничениями. Например, при мониторинге полосы часто запрещено размещать сенсоры *внутри* полосы. Используя эллипсы, всегда можно добиться того, что соответствующий сенсор находится на границе полосы, либо вне её. Для этого, определив модель покрытия, достаточно осуществить сжатие вдоль полосы, чтобы все фигуры покрытия стали эллипсами, а соответствующие сенсоры были размещены на определённой высоте, например, на границе полосы.

Покрытие	Плотность	Примечание
$E(1, 2) \in P(1, k)$	$\pi/2 \approx 1.5708$	Любая повторяющаяся последовательность k эллипсов, у которых фиксированна длина вертикальной оси
$E(2, 1) \in P(2, 1)$	≈ 1.3998	Эллипсы с фиксированной длиной вертикальной оси и произвольной длиной горизонтальной оси
$E(2, 2) \in P(2, 2)$	≈ 1.4156	Проигрывает покрытию одинаковыми эллипсами. Плотность аналогичного покрытия кругами ≈ 1.4513
$E(3, 2) \in P(3, 2)$	≈ 1.2615	Плотность аналогичного покрытия кругами ≈ 1.294
$E(4, 2) \in P(4, 2)$	≈ 1.2372	Плотность аналогичного покрытия кругами ≈ 1.2542
$E(5, 3) \in P(5, 3)$	≈ 1.1607	Оси эллипсов имеют произвольный наклон

Таблица 1: Регулярные покрытия полосы эллипсами одного, двух и трёх типов

В таблице 1 приведены результаты, позволяющую сравнить качество предложенных моделей покрытия полосы эллипсами одного, двух и трёх типов.

Список литературы

- [1] АСТРАКОВ С.Н., ЕРЗИН А.И., ЗАЛЮБОВСКИЙ В.В. Сенсорные сети и покрытие плоскости кругами // Дискретный анализ и исследование операций. 2009. Т. 16, № 3. С. 3–19.
- [2] АСТРАКОВ С.Н., ЕРЗИН А.И. Построение эффективных моделей покрытия при мониторинге протяженных объектов // Вычислительные технологии. 2012. Т. 17, № 1. С. 26–34.
- [3] РОДЖЕРС К. Укладки и покрытия. - М.: Мир. 1968. 137 с.
- [4] ТОТ Л.Ф. Расположения на плоскости, на сфере и в пространстве. М.: Изд. Физ.-мат. литературы, 1958. 365 с.
- [5] BOROCZKY K., JR. Finite Packing and Covering. - Cambridge.: Cambridge University Press. 2004. 398 p.
- [6] CARDEI M., DU D.-Z. Improving Wireless Sensor Network Lifetime through Power Aware Organization // ACM Wireless Networks. 2005. V. 11, No. 3. P. 333–340.
- [7] CARDEI M. Improving Network Lifetime using Sensors with Adjustable sensing Ranges // Int. J. of Sensor Networks. 2006. No. 1. P. 41–49.
- [8] KERSHNER R. The Number of Circles Covering a Set // American J. of Mathematics. 1939. V. 61. No. 3. P. 665–671.
- [9] WU J., YANG S. Energy-Efficient Node Scheduling Models in Sensor Networks with Adjustable Ranges // Int. J. of Foundations of Computer Science. 2005. V. 6. No. 1. P. 3–17.
- [10] ZHANG H., HOU J.C. Maintaining Sensing Coverage and Connectivity in Large Sensor Networks // Ad Hoc & Sensor Wireless Networks. 2005. V. 1. No. (1-2). P. 8-9-124.

Сенсорные сети и покрытие полосы эллипсами

Sensor networks and stripe covering with ellipses

Астраков Сергей Николаевич

Astrakov Sergey Nikolaevich

Ерзин Адиль Ильясович

Erzin Adil Il'yasovich

Рассматривается проблема наименее плотного покрытия полосы эллипсами одного, двух и трёх типов. Предложены и исследованы новые модели регулярных покрытий, которые обобщают ранее полученные результаты авторов для покрытий полосы кругами. Полученные результаты имеют как фундаментальное, так и прикладное значение и могут быть использованы для проектирования энергоэффективной системы мониторинга протяженных объектов.

The problem of less density covering of a stripe with ellipses of one, two and three types is considered. We proposed and investigated the new regular covers, which generalize the authors results for stripe covering by disks. We got the new fundamental results which can be applied as well for design of power efficient sensing systems of lengthy objects by wireless sensor networks.

Ключевые слова: беспроводные сенсорные сети, энергоэффективность, плотность покрытия.

Keywords: wireless sensor networks, energy efficiency, covering density.